



**João Miguel Pousa
de Moura**

**Braço Robótico Antropomórfico — uma Solução
Cinemática**



**João Miguel Pousa
de Moura**

Braço Robótico Antropomórfico — uma Solução Cinemática

Dissertação apresentada à Universidade de Aveiro para cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestrado em Engenharia Mecânica, realizada sob orientação científica de Rui António da Silva Moreira, Professor Auxiliar do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade de Aveiro e de Filipe Miguel Teixeira Pereira da Silva, Professor Auxiliar do Departamento de Electrónica, Telecomunicações e Informática da Universidade de Aveiro .

O júri / The jury

Presidente / President

Prof. Doutora Mónica Sandra Abrantes de Oliveira Correia

Professora Auxiliar do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade de Aveiro

Vogais / Committee

Prof. Doutor António Manuel Ferreira Mendes Lopes

Professor Auxiliar do Departamento de Engenharia Mecânica da Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto (arguente)

Prof. Doutor Rui António da Silva Moreira

Professor Auxiliar do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade de Aveiro (orientador)

Prof. Doutor Filipe Miguel Teixeira Pereira da Silva

Professor Auxiliar do Departamento de Electrónica, Telecomunicações e Informática da Universidade de Aveiro (co-orientador)

Agradecimentos / Acknowledgements

Ao Professor Doutor Rui Moreira. Pela preciosa orientação ao longo destes três últimos anos. Por se ter mostrado sempre tão prestável, tanto ao nível da disponibilização das condições materiais necessárias mas também, e fundamentalmente, pelo tempo despendido comigo e pelos inúmeros conselhos. Um grande obrigado.

Ao Professor Doutor Filipe Silva. Pela disponibilidade e otimismo, e pelas sempre interessantes discussões sobre robótica.

A todos os meus Professores. Por terem representado uma enorme fonte de conhecimento, ensinado-me tantas coisas interessantes. Por terem dessa forma, contribuído para a minha formação como futuro profissional e como indivíduo.

Ao meu colega de gabinete Marcos Gomes. Pelos sempre prontos conselhos e dicas.

À minha grande amiga Sara Quina. Pela preciosa ajuda na obtenção de informação para o capítulo da Anatomia e Biomecânica do Membro Superior.

Aos meus colegas mais próximos de Engenharia Mecânica. Por se terem tornado grandes amigos de tempos inesquecíveis.

À minha Família. Por tudo! Por tudo aquilo que sou e que alcancei. Por todo suporte e amparo que só uma família sabe dar. Em particular, ao meu Irmão. Em especial, ao meu Pai, que mais que um amigo e um guia, sempre foi para mim um modelo de homem. E em muito especial, a minha Mãe, que nenhuma palavra chega para agradecer o seu amor e dedicação.

Palavras-chave

Cinemática; braço robótico; manipulador paralelo; manipulador série; manipulador redundante; singularidades; Jacobiano; manipulabilidade.

Resumo

Neste trabalho são desenvolvidos e testados, por via de simulação em MatLab, um conjunto de modelos e algoritmos matemáticos, para o estudo cinemático de um braço robótico. O objetivo é então o estudo da cinemática do membro superior de um humanoide. Para isso, é realizada uma revisão do estado de arte dos humanoides, e uma pesquisa sobre a anatomia e biomecânica do membro superior do Homem. De seguida, é desenvolvido um modelo matemático de um manipulador paralelo para simular o movimento do ombro, e são estudadas as suas singularidades. São desenvolvidos os modelos de dois manipuladores série, que representam o braço do humanoide, com 4 e 7 graus de liberdade, seguindo a metodologia de Denavit-Hartenberg, e é apresentado um conjunto de algoritmos para lidar com as suas redundâncias. Por fim, é concluído que as vantagens do aumento do número de graus de liberdade num braço são a possibilidade de evitar as singularidades, o aumento da manipulabilidade e o aumento do volume de trabalho. Como desvantagens tem-se o aumento da complexidade mecânica e do tratamento matemático.

Keywords

Kinematics; robotic arm; parallel manipulator; serial manipulator; redundant manipulator; singularities; Jacobian; manipulability.

Abstract

This work presents a study on a kinematic model representing a robotic arm. Models and mathematic algorithms are proposed, implemented and assessed. The main goal of the study is the detailed analysis of the upper limb kinematics of a humanoid. To attain this objective a state of art analysis on humanoids is presented and a careful research analysis on the human anatomy and biomechanics of the upper limb is made. A mathematical model for a parallel manipulator able to mimic the complex joint of the shoulder is then proposed and its singularities are analyzed. In addition and following the Denvit-Hartenbertg methodology, two serial manipulators representing the entire upper limb, with 4 and 7 degrees of freedom, are presented and analyzed about their redundancy. In conclusion, the results show that the added degrees of freedom provide a means to avoid the singularity issues, increase the manipulability and enlarge the working range. Nevertheless, the mechanical complexity and related difficult mathematic model can be pointed as the most evident limitations.

“Thinking is the hardest work there is, which is probably
the reason why so few engage in it.”

Henry Ford
(30 de Julho de 1863 – 7 de Abril de 1947)

Conteúdo

Lista de Figuras	iii
Lista de Tabelas	v
Lista de Códigos em MatLab	vii
Lista de Símbolos	ix
1 Introdução	1
1.1 Enquadramento	1
1.2 Motivação e Objetivos	2
1.3 Guia de Leitura	3
2 Revisão do Estado da Arte	5
2.1 Introdução	5
2.2 Evolução Histórica dos Humanoides	6
2.3 Investigação Atual	10
2.4 Estudo do Ombro	12
2.5 Desafios futuros	13
3 Anatomia e Biomecânica do Membro Superior	15
3.1 Introdução	15
3.2 Terminologia	16
3.2.1 Referenciação anatômica	16
3.2.2 Movimentos articulares	18
3.3 Anatomia do Membro Superior	22
3.3.1 Complexo articular do ombro	23
3.3.2 Complexo articular do cotovelo	25
3.4 Sistema Muscular - Anatomia Geral	26
3.5 Biomecânica do Membro Superior	30
4 Análise de um Modelo Paralelo para o Complexo do Ombro	33
4.1 Introdução	33
4.2 Relações Cinemáticas	36
4.2.1 Cinemática inversa	37
4.2.2 Cinemática direta	38
4.3 Cálculo do Jacobiano Inverso do Modelo	42
4.4 Análise de Forças em Regime Estático	43

4.5	Estudo das Singularidades	46
4.6	Refinamento da Geometria do Modelo	50
5	Modelação Cinemática do Membro Superior	53
5.1	Introdução	53
5.2	Parâmetros Cinemáticos Denavit-Hartenberg	54
5.2.1	Parâmetros do braço com 4 graus de liberdade	55
5.2.2	Parâmetros do braço com 7 graus de liberdade	56
5.3	Cálculo da Cinemática Direta	57
5.4	Cálculo do Jacobiano	58
5.5	Conceito de Manipulabilidade	59
5.6	Manipuladores Redundantes - O Espaço Nulo	61
5.7	Resolução da Redundância - Método Exato	62
5.7.1	Pseudo-inversa	62
5.7.2	Limites de junta	63
5.7.3	Maximização da manipulabilidade	64
5.7.4	Maximização da manipulabilidade direcional	66
5.8	Resolução da Redundância - Método Aproximado	71
5.8.1	Controlo da configuração	71
5.8.2	Limites de junta	72
5.8.3	Obstáculos	73
6	Comparação de Modelos e Algoritmos	77
6.1	Introdução	77
6.2	Dimensões e Limites de Junta dos Modelos	77
6.3	Trajetórias em Estudo	79
6.4	Definição de Critérios e Medidas de Desempenho	80
6.5	Comparação dos Métodos Exato e Aproximado	81
6.5.1	Movimento simples	82
6.5.2	Movimento evitando os limites de junta	83
6.6	Comparação dos Modelos com 4 e 7 Graus de Liberdade	85
6.6.1	Movimento simples	86
6.6.2	Movimento evitando os limites de junta	87
6.6.3	Movimento evitando um obstáculo	89
6.7	Comparação dos Algoritmos de Maximização dos Critérios de Manipulabilidade	91
6.8	Estudo do Espaço de Trabalho	94
7	Considerações Finais	101
7.1	Análise de Resultados	101
7.2	Conclusões Gerais	102
7.3	Trabalhos Futuros	103
	Referências	105
	Índice	111

Lista de Figuras

2.1	Humanóide do filme <i>I Robot</i>	6
2.2	Autômatos Medievais	7
2.3	Os três autômatos	7
2.4	Humanoides completos	9
2.5	Humanoides para guias de pessoas e para trabalhos domésticos	9
2.6	Humanoides desenvolvidos por Centros de Investigação Espacial	10
2.7	Formas alternativas de atuação	11
3.1	Posições descritivas	16
3.2	Terminologia direcional	17
3.3	Planos e eixos anatômicos de referência	18
3.4	Movimentos de rotação no plano sagital	19
3.5	Abdução e adução do ombro	19
3.6	Alguns movimentos efetuados pelo complexo do ombro	20
3.7	Supinação e pronação do ante-braço	21
3.8	Rotação medial e lateral do braço	21
3.9	Abdução e adução horizontal do ombro	21
3.10	Movimento de circundação do ombro	22
3.11	Vista anterior do membro superior	22
3.12	Vista anterior do complexo articular do ombro esquerdo, articulações . . .	23
3.13	Vista anterior do complexo articular do ombro esquerdo: Ligamentos . . .	24
3.14	Vista anterior das articulações esterno-claviculares	24
3.15	Vista anterior do complexo articular do cotovelo direito: Articulações . . .	25
3.16	Complexo articular do cotovelo direito: Ligamentos	26
3.17	Flexão do ante-braço	27
3.18	Músculos que atuam na omoplata	27
3.19	Alguns músculos do membro superior	28
3.20	Vista anterior do ombro esquerdo: Músculo grande peitoral	29
3.21	Vista posterior do ombro esquerdo: Músculos infra-espinhoso e pequeno redondo	29
3.22	Alguns músculos do braço e ante-braço	30
4.1	Modelos série e paralelo do complexo do ombro	34
4.2	Representação tridimensional do modelo proposto	34
4.3	Representação esquemática do modelo proposto	35
4.4	Esquema com a relação da cinemática direta e inversa	36
4.5	Diagrama de forças da extremidade	44

4.6	Sinal do determinante da matriz jacobiana no espaço de trabalho anatómico	48
4.7	Determinante negativo do Jacobiano inverso num espaço de trabalho particular	48
4.8	Determinante positivo do Jacobiano inverso num espaço de trabalho particular	49
4.9	Superfície do espaço de trabalho onde o determinante do Jacobiano inverso é nulo	49
4.10	Sinal do determinante do Jacobiano inverso para o modelo com geometria inicial	51
4.11	Gradação de cores medindo a melhor localização do espaço operacional para inserção do cilindro 1	51
4.12	Sinal do determinante do Jacobiano inverso para o modelo com geometria final	52
4.13	Representação da geometria inicial e final do modelo do ombro	52
5.1	Esquema com os sistemas de coordenadas do braço com 4 graus de liberdade	55
5.2	Esquema com os sistemas de coordenadas do braço com 7 graus de liberdade	56
5.3	Elipsoide de manipulabilidade	60
5.4	Representação de uma elipse	67
5.5	Cálculo do ponto crítico e da distância de um elo à superfície de influencia	73
6.1	Elevação do braço direito com movimento simples	82
6.2	Circundação com movimento simples	82
6.3	Contorno do tronco com movimento simples	83
6.4	Elevação do braço direito com movimento evitando limites de junta	83
6.5	Contorno do tronco evitando limites de junta	84
6.6	Representação do movimento de circundação	86
6.7	Circundação com movimento simples - comparação de modelos	86
6.8	Representação do movimento de elevação do braço direito	87
6.9	Elevação do braço direito com movimento evitando limites de junta - comparação de modelos	88
6.10	Contorno do tronco evitando limites de junta - comparação de modelos . .	89
6.11	Representação do movimento de contorno do tronco com um obstáculo . .	90
6.12	Contorno do tronco evitando limites de junta e obstáculos - comparação de modelos	91
6.13	Obtenção de k_v para a maximização da manipulabilidade e manipulabilidade direcional	92
6.14	Elevação do braço direito - comparação de algoritmos de maximização . .	93
6.15	Contorno do tronco - comparação de algoritmos de maximização	94
6.16	Vistas da gradação da manipulabilidade máxima nos planos coordenados para o manipulador com 7 graus de liberdade	95
6.17	Espaço de trabalho anatómico para o manipulador com 7 graus de liberdade	96
6.18	Espaço de trabalho anatómico para o manipulador com 4 graus de liberdade	97
6.19	Espaço de trabalho alargado para o manipulador com 4 graus de liberdade	98

Lista de Tabelas

3.1	Terminologia direcional de posicionamento	17
3.2	Amplitude média dos movimentos da clavícula na articulação esterno-clavicular, a partir da posição anatômica	23
3.3	Amplitude média dos movimentos do braço na articulação gleno-umeral, a partir da posição anatômica	24
3.4	Amplitude média dos movimentos da omoplata na articulação escápulo-costal, a partir da posição anatômica	24
3.5	Amplitude média dos movimentos do complexo articular do ombro, a partir da posição anatômica	25
3.6	Ações do músculos no ombro e no braço	29
3.7	Ações do músculos no ante-braço	29
3.8	Comprimento e força máxima dos músculos	31
3.9	Momentos máximos nas articulações do ombro e cotovelo	31
4.1	Amplitudes anatômicas para as variáveis operacionais	47
5.1	Parâmetros cinemáticos Denavit-Hartenberg para o braço com 4 graus de liberdade	55
5.2	Parâmetros cinemáticos Denavit-Hartenberg para o braço com 7 graus de liberdade	56
6.1	Amplitudes anatômicas das variáveis de junta para o manipulador com 4 graus de liberdade	78
6.2	Amplitudes anatômicas das variáveis de junta para o manipulador com 7 graus de liberdade	78
6.3	Trajetória para elevação do braço direito ao ombro esquerdo	79
6.4	Trajetória para circundação do braço direito	80
6.5	Trajetória para o contorno do tronco	80
6.6	Amplitudes anatômicas das variáveis de junta para o manipulador com 4 graus de liberdade: espaço alargado	98
6.7	Comparação do espaço de trabalho para os diferentes manipuladores	99

Lista de Códigos em MatLab

4.1	Função com a cinemática inversa	38
4.2	Função com a cinemática direta	41
4.3	Função para o cálculo da matriz jacobiana do modelo	43
4.4	Função para o cálculo das forças em regime estático	46
4.5	Parâmetros geométricos do modelo - geometria inicial	47
5.1	Função com a cinemática direta para um manipulador série	57
5.2	Função que devolve a matriz de transformação para uma dada linha da Tabela de Denavit	57
5.3	Função que devolve o Jacobiano de um manipulador série	59
5.4	Função que devolve a derivada da matriz de transformação para uma dada linha da Tabela de Denavit	59
5.5	Função que devolve o vetor ν que responde o critério dos limites de junta	63
5.6	Função que devolve a derivada do Jacobiano relativamente a θ_i	65
5.7	Função que devolve o vetor ν que responde ao critério da maximização da manipulabilidade	66
5.8	Função que devolve o vetor ν que responde ao critério da maximização da manipulabilidade direcional	70
5.9	Função que devolve o Jacobiano e a matriz de ganhos das tarefas adicionais para os limites de junta	72
5.10	Função que devolve o Jacobiano e a matriz de ganhos das tarefas adicionais para os obstáculos	76

Lista de Símbolos

\mathfrak{N}	Espaço nulo, veja equação (5.17), página 61
$\Phi(\mathbf{q})$	Função custo, veja equação (5.25), página 63
\mathbb{R}^N	Espaço dos vetores reais com dimensão N , veja equação (5.17), página 61
θ_i	Ângulo da junta de revolução i , veja equação (5.8), página 58
$\det()$	Determinante, veja equação (5.14), página 60
\vec{F}_i	Vetor força exercido pelo cilindro i , veja equação (4.34), página 44
F_i	Valor da força exercida pelo cilindro i , veja equação (4.34), página 44
I	Matriz identidade, veja equação (5.23), página 62
J	Jacobiano do manipulador, veja equação (5.16), página 61
J_f	Jacobiano da função f , veja equação (4.11), página 39
J_I	Jacobiano inverso do modelo paralelo para o ombro, veja equação (4.24), página 42
J^\dagger	Pseudo-inversa, veja equação (5.19), página 62
J^T	Jacobiano transposto, veja equação (5.21), página 62
P_{bi}	Ponto de inserção do cilindro i na base, em coordenadas globais, veja equação (4.2), página 37
P_{ei}	Ponto de inserção do cilindro i na extremidade, em coordenadas globais, veja equação (4.5), página 37
p_i	Ponto de inserção do cilindro i na extremidade, em coordenadas locais, veja equação (4.3), página 37
$\dot{\mathbf{q}}$	Vetor das velocidades de junta, veja equação (5.16), página 61
$\dot{\mathbf{q}}_{\mathfrak{N}}$	Vetor de velocidades de junta pertencente ao espaço nulo, veja equação (5.18), página 62
$Rot(x, \alpha)$	Matriz de rotação de um ângulo α em torno de x , veja equação (4.4), página 37
T	Matriz de transformação em coordenadas homogêneas, veja equação (4.4), página 37

\mathbf{T}_α	Derivada da matriz de transformação relativamente a α , veja equação (4.20), página 41
\mathbf{T}_β	Derivada da matriz de transformação relativamente a β , veja equação (4.21), página 41
\mathbf{T}_θ	Derivada da matriz de transformação relativamente a θ , veja equação (4.22), página 41
$Tr()$	Traço de uma matriz, veja equação (5.30), página 64
$\mathbf{Trans}(z, L)$	Matriz de translação de z na direção do eixo z , veja equação (4.4), página 37
w	Medida de manipulabilidade, veja equação (5.14), página 60
\mathbf{W}_c	Matriz de ganhos para a tarefa secundária, veja equação (5.56), página 71
w_d	Manipulabilidade direcional, veja equação (5.48), página 69
\mathbf{W}_e	Matriz de ganhos para a tarefa principal, veja equação (5.56), página 71
\mathbf{J}_c	Jacobiano das tarefas adicionais, veja equação (5.58), página 71
\mathbf{W}_v	Matriz de ganhos para evitar singularidades, veja equação (5.56), página 71
$\dot{\mathbf{x}}$	Vetor das velocidades das variáveis do espaço operacional, veja equação (5.16), página 61
$\dot{\mathbf{z}}$	Derivada em ordem ao tempo do vetor das tarefas adicionais, veja equação (5.58), página 71

Capítulo 1

Introdução

É feito um breve enquadramento e contextualização do surgimento da ideia para o presente trabalho. São explicitados os objetivos a ser concretizados e, por fim, são fornecidas algumas orientações para a leitura do presente documento, sendo fornecido um breve resumo de cada capítulo.

1.1 Enquadramento

No Laboratório de Automação e Robótica (LAR) do Departamento de Engenharia Mecânica (DEM) da Universidade de Aveiro (UA) tem vindo a ser desenvolvida, ao longo dos últimos anos, uma plataforma humanoide. Com um especial desenvolvimento desde 2011, atualmente já se encontra desenvolvido, tanto ao nível do projeto mecânico como da eletrónica, um pequeno humanoide com cerca de 667 milímetros de altura, um peso de aproximadamente 5.6 quilogramas, e com um total de 25 graus de liberdade [24].

Esta plataforma tem vindo a ser desenvolvida no âmbito das dissertações de mestrado de alunos do Departamento de Engenharia Mecânica (DEM) juntamente com alunos do Departamento de Electrónica, Telecomunicações e Informática (DETI), com o apoio de Docentes/Investigadores, também de ambos os departamentos.

Este projeto envolve conhecimentos técnico-científicos de inúmeras áreas do conhecimento relacionadas com a engenharia, tais como robótica, controlo e automação, visão e perceção, eletrónica, programação, projeto mecânico, dimensionamento estrutural e biomecânica. Deste modo, este projeto constitui um meio privilegiado tanto para os alunos de Engenharia Mecânica, como para os alunos de Engenharia Electrónica e Telecomunicações, aplicarem os conhecimentos adquiridos ao longo dos seus cursos e, inclusive, expandi-los para áreas de conhecimento mais avançadas.

Por outro lado, este projeto não constitui somente uma plataforma para a formação de jovens estudantes, mas representa um estudo de grande relevância científica e tecnológica, uma vez que o estudo da robótica por via da construção de humanoides é, nos tempos que correm, uma área da ciência com grande destaque na investigação científica mundial, facto este comprovado pelos inúmeros centros de investigação que têm vindo a apostar no desenvolvimento de humanoides e pela gigante evolução neste campo ao longo das últimas duas décadas.

É ainda importante referir que, à semelhança com o que acontece em grande parte dos projetos de investigação atuais e mesmo da ciência em geral, a evolução deste projeto

é uma evolução incremental, isto é, trata-se de um projeto inacabado, em que cada aluno ou investigador vai acrescentando valor ou inovação à plataforma atual, ou seja, o contributo de cada aluno ou investigador é uma adição incremental de conhecimento a um projeto que desta forma vai evoluindo ao longo do tempo.

Neste contexto, uma vez que o atual protótipo conta com 4 graus de liberdade em cada braço, sendo que 3 destes se encontram associados ao ombro e o outro associado ao cotovelo, foi-me proposto um estudo cinemático sobre a introdução de mais graus de liberdade no ombro, uma vez que o humano tem mais graus de liberdade no seu ombro que os 3 que habitualmente costumam aparecer contemplados na larga maioria dos protótipos de humanoides atuais, e devido ao facto de utilizarmos esses graus de liberdade “adicionais” em muitas das nossas atividades diárias.

Pretende-se assim, que esta dissertação represente um valioso incremento de conhecimento no estudo da cinemática dos braços do humanoide, contribuindo assim para a evolução do projeto humanoide da Universidade de Aveiro.

1.2 Motivação e Objetivos

Nos últimos anos tem-se assistido a um interesse crescente pelos sistemas robóticos de inspiração biológica. Os esforços de investigação apontam para uma nova geração de braços manipuladores com comportamentos e desempenhos mais próximos do braço humano.

Nesta linha de ideias, a principal motivação deste trabalho foi a de abordar um conjunto de problemas relacionados com a análise e o projecto de braços antropomórficos de uma perspectiva puramente cinemática. Entre os objectivos inicialmente traçados para este trabalho de dissertação destacam-se os seguintes:

- O estudo da anatomia e biomecânica do braço humano e a revisão dos vários modelos propostos na literatura, em particular para o complexo articular do ombro;
- A escolha de um modelo simplificado para o complexo do ombro e a otimização geométrica desta estrutura tendo em conta aspectos como as singularidades e/ou manipulabilidade;
- A derivação do modelo cinemático de um braço manipulador antropomórfico com 4 graus de liberdade (gdl) em que as três primeiras juntas representam o movimento do ombro (junta gleno-umeral), enquanto a quarta junta representa o cotovelo. Este modelo comum servirá de base a um outro que incluirá a solução adotada para o complexo do ombro;
- O desenvolvimento de algoritmos capazes de explorarem a redundância cinemática do braço de forma a evitar, por exemplo, os limites físicos das juntas, obstáculos e/ou a proximidade a configurações singulares;
- A implementação de diversos índices de desempenho baseados em métricas comuns na robótica para efetuar uma avaliação comparativa de desempenho em ambiente de simulação.

1.3 Guia de Leitura

De seguida apresenta-se um pequeno resumo por capítulo, resumo este que também pode ser encontrado no início dos respetivos capítulos logo a seguir aos títulos.

Capítulo 1 - É feito um breve enquadramento e contextualização do surgimento da ideia para o presente trabalho. São explicitados os objetivos a ser concretizados e, por fim, são fornecidas algumas orientações para a leitura do presente documento, sendo fornecido um breve resumo de cada capítulo.

Capítulo 2 - Aborda-se o surgimento do termo robótica, e a sua relação com a literatura de ficção-científica. Apresenta-se uma contextualização histórica do surgimento dos humanoides, expondo-se alguns dos protótipos mais conhecidos, desde os modelos com alguns séculos de história aos desenvolvidos nas últimas duas décadas. De seguida, é feita referência a alguns dos projetos que atualmente se encontram em desenvolvimento, falando-se nomeadamente nos sistemas de atuação. Faz-se uma introdução ao estudo do ombro. Por fim, menciona-se, de forma genérica, alguns desafios futuros no desenvolvimento de humanoides.

Capítulo 3 - Apresenta-se a terminologia específica usada na referência anatômica e movimentos articulares. Descreve-se a anatomia do membro superior excluindo a região punho/mão, apresentando-se os ossos, principais músculos e ligamentos. Refere-se as amplitudes e os músculos envolvidos nalguns movimentos articulares. Por fim, aborda-se alguns dos assuntos no âmbito da biomecânica do membro superior, com recente relevância científica.

Capítulo 4 - Propõe-se um modelo de um manipulador paralelo para o ombro do humanoide. Estabelecem-se as relações cinemáticas direta e inversa, e calcula-se o Jacobiano-Inverso para o modelo proposto. Faz-se uma análise estática de forças ao modelo. De seguida, faz-se um estudo sobre as singularidades do manipulador, com base nas quais se propõe uma geometria para o mesmo.

Capítulo 5 - Deduz-se a cinemática direta e o Jacobiano para dois manipuladores série com 4 e 7 graus de liberdade, utilizando para isso a convenção de Denavit-Hartenberg. Definem-se os conceitos de manipulabilidade e espaço nulo para manipuladores redundantes. Apresentam-se um método exato e aproximado de resolução de redundâncias, para os quais se deduzem alguns algoritmos para a realização de tarefas adicionais.

Capítulo 6 - Definem-se as dimensões dos elos e limites de junta dos modelos em estudo, as trajetórias a serem executadas, e os critérios cinemáticos utilizados na avaliação dos modelos e algoritmos. Comparam-se os métodos exato e aproximado. Realiza-se uma comparação dos modelos com 4 e 7 graus de liberdade. Comparam-se os algoritmos de maximização deduzidos para o método exato. Por fim, realiza-se um pequeno estudo ao espaço de trabalhos de ambos os modelos.

Capítulo 7 - Realiza-se uma análise global e sumária aos resultados obtidos. Tecem-se algumas considerações gerais acerca do trabalho e, por fim, apresenta-se um conjunto de possíveis caminhos a serem seguidos no futuro.

Capítulo 2

Revisão do Estado da Arte

Aborda-se o surgimento do termo robótica, e a sua relação com a literatura de ficção-científica. Apresenta-se uma contextualização histórica do surgimento dos humanoides, expondo-se alguns dos protótipos mais conhecidos, desde os modelos com alguns séculos de história aos desenvolvidos nas últimas duas décadas. De seguida, é feita referência a alguns dos projetos que atualmente se encontram em desenvolvimento, falando-se nomeadamente nos sistemas de atuação. Faz-se uma introdução ao estudo do ombro. Por fim, menciona-se, de forma genérica, alguns desafios futuros no desenvolvimento de humanoides.

2.1 Introdução

Como se pode ler no poema *Pedra Filosofal* de António Gedeão, “*o sonho comanda a vida. Que sempre que um homem sonha o mundo pula e avança*” [23]. Na verdade, muito do que se tem feito em ciência, incluindo toda a evolução da robótica e, nomeadamente, o estudo dos humanoides, surgiu primeiramente na imaginação das pessoas e só posteriormente passou para os laboratórios.

De facto, o próprio termo robô foi inventado por um escritor checo. Karel Čapek introduziu pela primeira vez este termo em 1924, na sua obra “*Rossum’s Universal Robots*”. Nesta obra, em que os robôs eram interpretados por atores humanos, eram versados temas como a escravatura e a servidão [17].

Já mais tarde, em 1941, o termo robótica foi definido como disciplina científica, pelo escritor de ficção-científica Isaac Asimov, tendo posteriormente escrito as “*três leis da Robótica*”, hoje em dia muito conhecidas, especialmente após a realização do filme “*I Robot*” (Figura 2.1), baseado nas obras de Asimov [17].

A influência da ficção científica é tal, que se especula que o nome atribuído ao conhecido robô humanoide da Honda “ASIMO”, para além de significar “*Advanced Step in Innovative Mobility*”, seja também uma homenagem indireta às obras de Isaac Asimov.

A necessidade histórica do Homem em recorrer à escravatura para assim obter um nível de vida superior, fez com que ao longo das últimas décadas tenha vindo a sonhar e ambicionar que um conjunto de máquinas pudessem vir a fazer alguns trabalhos por si. De facto, ao nível industrial já é possível encontrar um conjunto de robôs (i.e., máquinas que executam determinadas tarefas de forma automática) a realizar tarefas repetitivas e de grande desgaste físico. No entanto, existe também um crescente esforço para que,

em determinados aspectos, estas máquinas se tornem mais parecidas com os humanos, isto é, com maior mobilidade, mais sensíveis ao meio que as rodeia, e com capacidade de interagir com o mesmo, tomando as decisões necessárias para o efeito. A conversão destas máquinas em humanoides, ou seja, com características mais similares ao humano, permitiria trazê-las para o meio em que o Homem se insere, possibilitando que um vasto conjunto de tarefas passassem a ser desempenhadas por estes novos escravos.

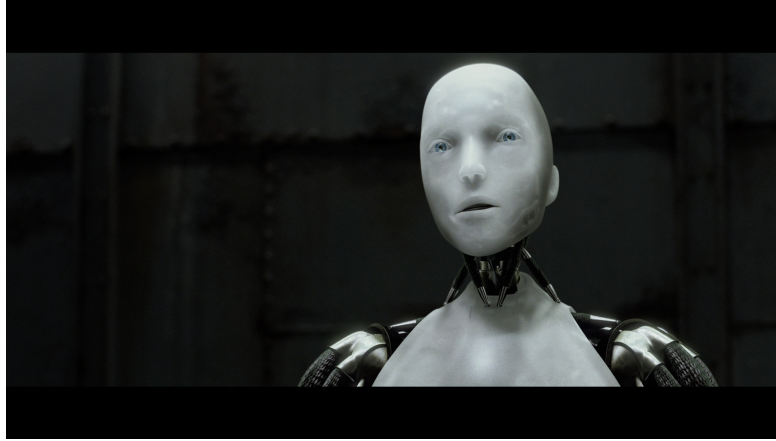


Figura 2.1: Humanoide do filme *I Robot* [9].

2.2 Evolução Histórica dos Humanoides

Nesta secção, serão referidos alguns dos principais marcos na evolução dos humanoides, pois nas últimas décadas assistiu-se a tal explosão no desenvolvimento de plataformas humanoides, que seria impossível serem aqui referidas todas elas. No entanto, existiram alguns projetos que se destacaram, quer pela sua dimensão logística, quer pelo seu contributo científico.

De referir ainda, que o desenvolvimento de tais plataformas humanoides só foi possível após o desenvolvimento de um conjunto de outras tecnologias, sobre as quais assenta a robótica. É graças ao aparecimento de melhores atuadores e sensores, ao aparecimento de um conjunto de tecnologias de projeto e produção e, fundamentalmente, devido ao aparecimento dos microprocessadores e o extraordinário desenvolvimento dos computadores, que se deve o atual nível de investigação em robótica.

À parte de uma série de invenções, que direta ou indiretamente contribuíram para a robótica, aquele que poderá ter sido o primeiro esboço de um humanoide, foi previsivelmente feito pelo genial Leonardo da Vinci (1452 - 1519). Não se sabe no entanto se este chegou a ser produzido [43]. Este foi desenhado para manter a sua postura, sentar-se, mover os braços, e abrir e fechar a viseira da armadura. Na Figura 2.2(a) pode-se ver um protótipo do humanoide de Leonardo da Vinci.

No entanto, Leonardo da Vinci não foi o único inventor surpreendente. Jacques de Vaucanson (1709 - 1779), um inventor francês que estudou física, mecânica e anatomia, dedicou a sua vida a construir variados engenhos mecânicos, alguns deles de carácter industrial. No entanto, a sua verdadeira obsessão foi a construção de um “Homem artifi-

cial”, tendo mesmo chegado a construir alguns andróides¹. Uma das suas invenções que acabou por se tornar bastante célebre foi “O pato” (Figura 2.2(b)). Esta máquina, que se movimentava de forma muito “realista”, podia mexer as asas, e esticar-se de forma a receber e “comer” os grãos que os visitantes atiravam [16].



(a) O autômato de Leonardo da Vinci [2].

(b) O pato de Jacques de Vaucanson [10]

Figura 2.2: Autômatos Medievais.

Em grande parte devido à revolução industrial, o século dezoito foi uma época propícia ao surgimento de um conjunto de autômatos, isto é, máquinas que desempenham determinados movimentos pré-definidos. Também neste período, o sonho da criação de máquinas com aspecto similar ao Homem não foi esquecido. Um bom exemplo disso, foi a apresentação em 1774 de um conjunto de três autômatos andróides por dois relojoeiros suíços, Pierre e Henri-Louis Jaquet-Droz, pai e filho, respetivamente [15]. Esta coleção de autômatos andróides consiste num escriba, num desenhador e numa instrumentista, como se pode ver na Figura 2.3(a).



(a) Visão geral dos autômatos.

(b) Vista em detalhe do mecanismo.

Figura 2.3: Os três autômatos [7].

¹No texto as expressões humanoide e andróide são utilizadas com o mesmo significado, máquinas ou autômatos semelhantes ao homem.

Estes autómatos, que levaram cerca de uma década a serem construídos, só se puderam realizar após obtenção de financiamento resultante de uma visita a um rei de Espanha, e do acumular de experiência por parte dos dois relojoeiros [15]. Como se pode observar na Figura 2.3(b), os androides foram claramente construídos com base num conjunto de princípios e mecanismos muito utilizados na relojoaria.

Já mais tarde, no século dezanove, surgiram outras invenções. John Brainerd criou em 1865 o “Homem Vapor”, que aparentemente era usado para puxar carroças. Em 1885, Frank Reade construiu o “Homem Elétrico”, que seria uma espécie de versão elétrica do “Homem Vapor” [43].

Os sistemas robotizados para aplicação industrial, tal como são conhecidos atualmente, só começaram a surgir no século vinte. Em 1942, Willard Pollard e Harol Roselund, projetaram o primeiro mecanismo programável para pintura pulverizada. Raymond Goertz projetou em 1951 o primeiro manipulador articulado tele-operado para a *Atomic Energy Commission* dos Estados Unidos da América. Este mostrou ser um grande avanço científico no controlo de força em malha fechada. Em 1969, Victor Scheinman criou o ‘Braço de Stanford’, que foi o primeiro braço elétrico a ser controlado computacionalmente [43] e [54].

Em termos de investigação científica, o recente desenvolvimento dos computadores permitiu uma verdadeira revolução na criação de humanoides pela Europa, Estados Unidos e Ásia, com grande ênfase na Coreia do Sul e Japão. Apesar de ao nível dos algoritmos e controlo, os pioneiros terem surgido na Europa e nos Estados Unidos da América, no que toca à construção de plataformas humanoides, o Japão é de longe o país com mais humanoides desenvolvidos. Este desenvolvimento, que beneficiou da participação de empresas como a Fujitsu, Sony, Toyota e Honda, que contribuíram com inúmeros protótipos, também se deveu em parte ao grande incentivo dado pelo governo Japonês no desenvolvimento deste tipo de tecnologias [17].

O facto de existir, tanto no Japão como na Coreia do Sul, um ambiente de grande cooperação e apoio estatal, permitiu que a Ásia seja neste momento o líder no desenvolvimento e construção de humanoides [17].

Mais uma vez, seria bastante interessante referir todas as plataformas que levaram ao aparecimento dos humanoides mais recentes, mas também demasiado extenso. Assim, das imensas plataformas produzidas pelos países asiáticos anteriormente referidos, aquela que se tornou mais conhecida, foi sem dúvida o humanoide ASIMO, da Honda (Figura 2.4(a)).

A Honda apresentou os primeiros protótipos de robôs em 1986, e após essa data a aposta nesta área foi tal, que hoje em dia, o ASIMO já é capaz de andar, correr, subir escadas, agarrar objetos, consegue deslocar-se no meio do ambiente humano, evitando os obstáculos e é até capaz de reconhecer algumas faces. Em termos de características técnicas, o ASIMO mede 130 cm, pesa 54 kg, é capaz de atingir uma velocidade de 6 km/h em corrida, e tem autonomia de funcionamento de uma hora. O ASIMO tem atualmente 34 graus de liberdade, dos quais 7 em cada braço [6].

Tal como o ASIMO, já existem outros humanoides que já se encontram disponíveis no mercado. O caso do pequeno humanoide NAO (Figura 2.4(b)), desenvolvido pela Aldebaran Robotics, empresa que se auto propõe a fornecer plataformas, software e ferramentas que permitam explorar e desenvolver futuras aplicações. No que respeita às características técnicas, a última versão do NAO, o NAO H25, mede 573 mm, pesa 5,2 kg, tem uma autonomia de funcionamento de 5 horas, e está apetrechado de um conjunto



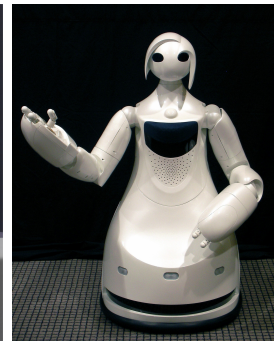
(a) *ASIMO*, desenvolvido pela HONDA [6]. (b) *NAO*, desenvolvido pela Aldebaran Robotics [1]

Figura 2.4: Humanoides completos.

de sensores, tais como: 2 câmaras; 1 sonar; 1 acelerómetro; 2 giroscópios; 4 microfones; e uma série de sensores de contacto. Este humanoide conta também já com uns razoáveis 14 graus de liberdade, sendo que tem 5 graus de liberdade em cada braço [1].

Apesar de já existirem humanoides no mercado, os públicos alvos continuam a ser predominantemente centros de investigação, no entanto, esta é uma área de futuro, pelo menos é a opinião expressa pelas Nações Unidas, que afirma que a robótica será a revolução tecnológica do Século 21 [1]. De facto, existem já uma série de protótipos no sentido de aumentar a comercialização destas plataformas. Por exemplo, têm sido desenvolvidos alguns humanoides para trabalhar como guias, como os casos dos humanoides “Robina” da Toyota (Figura 2.5(c)), e “Enon” da Fujitsu (Figura 2.5(a)). Já no caso de protótipos para trabalhos domésticos é de assinalar o Care-O-bot desenvolvido pela Fraunhofer IPA (Figura 2.5(b)).

O mercado de robôs domésticos representou 227 milhões de dólares em 2007, e espera-se que vá representar 1.7 mil milhões de dólares em 2014 [54]. No entanto os robôs desenvolvidos para interagir com pessoas têm a questão da segurança, que é algo, que ainda necessita de muita investigação.



(a) *Enon* [12].

(b) *Care-O-bot* [5].

(c) *Robina* [4].

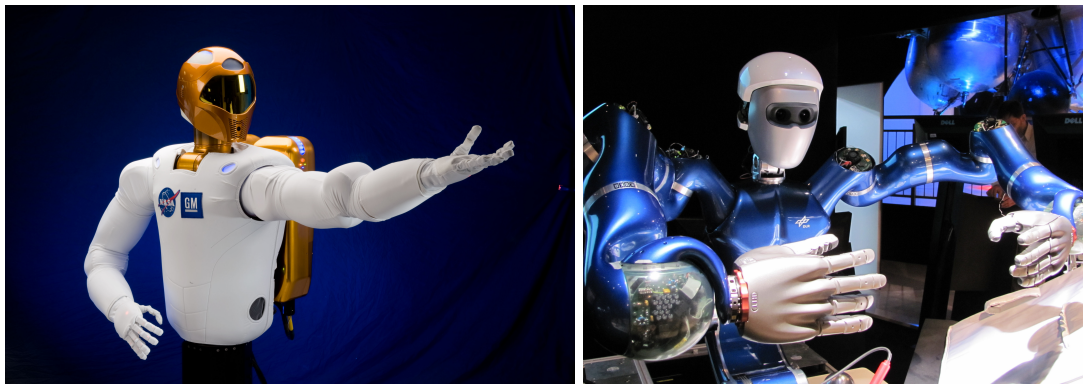
Figura 2.5: Humanoides para guias de pessoas e para trabalhos domésticos.

Existe ainda o mercado dos pacotes educacionais de robótica, que poderão representar um valor de 1.69 mil milhões de dolares em 2014 [54], já sem mencionar os robôs para entretenimento, como por exemplo os robôs para crianças.

De forma a facilitar a aceitação por parte das pessoas destas máquinas no meio ambiente humano, tem também havido alguma investigação, principalmente na Universidade de Osaka no Japão, em tornar os humanóides mais parecidos com o Homem, mesmo ao nível da face e das expressões faciais [54].

2.3 Investigação Atual

Nesta secção, abordar-se-ão alguns projetos atuais de plataformas humanóides, com destaque sobre o membro superior. Como já aqui se referiu, no que diz respeito ao número de plataformas humanóides, a Ásia fica claramente em vantagem. No entanto, nos países ocidentais existem alguns centros e projetos que também têm vindo a ganhar destaque. Um deles, é um projeto de cooperação entre a NASA e a General Motors (GM), que consiste no desenvolvimento do humanoide ‘Robonaut2’ (Figura 2.6(a)).



(a) *Robonaut2*, desenvolvido pela NASA e GM [11]. (b) *Space Justin*, desenvolvido pela DLR [3]

Figura 2.6: Humanóides desenvolvidos por Centros de Investigação Espacial.

De facto, o elevado custo da construção de humanóides [17], e a sua complexidade, faz com que este tipo de parcerias entre grandes centros de investigação seja a forma mais eficaz de se obter melhores soluções. O objetivo da construção do “Robonaut2” é poder auxiliar os astronautas em operações de manutenção das estações espaciais, em situações que por vezes são bastante adversas para o Homem, podendo assim reduzir a carga de trabalho dos astronautas nas estações espaciais [20].

O tronco, membros superiores e cabeça do “Robonaut2” contam neste momento com 42 graus de liberdade independentes e mais de 350 sensores. O membro superior, sem contar com a mão, tem os habituais 7 graus de liberdade que grande parte dos humanóides mais conhecidos tem. De forma a melhorar a tolerância ao choque e a capacidade de absorção de energia, e estabilizar o sistema de controlo de força, são utilizados elementos elásticos como molas de torção em série com os motores [20].

Ao nível da comunicação, foi aqui introduzida uma significativa alteração ao seu antecessor “Robonaut1”, que foi a substituição da comunicação ponto a ponto em RS-485,

por uma rede de comunicação com arquitetura em série, cujo protocolo é proprietário, e consiste numa comunicação diferencial a baixas voltagens, atingindo velocidades de comunicação de 50 Mbit/s. Estas alterações reduziram significativamente a cablagem no humanoide [20].

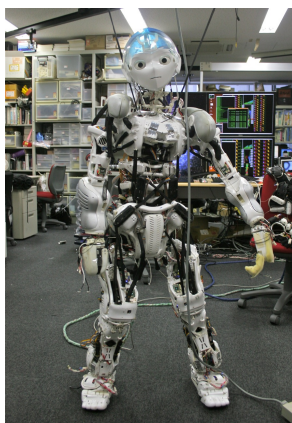
Outro centro espacial que também se encontra a desenvolver uma plataforma humanoide, com o objetivo de servir em missões espaciais é o Centro Espacial Alemão (DLR), que tem vindo a desenvolver o humanoide “Space Justin” (Figura 2.6(b)). Considerando o tronco, membros superiores e cabeça, este humanoide conta com um total de 43 graus de liberdade independentes, sendo que cada braço contém 7 graus de liberdade [18]. Nesta plataforma tem sido feito muito trabalho ao nível do desenvolvimento de algoritmos sobre a dinâmica e controlo do humanoide [52, 53].

No intuito da redução da elevada rigidez resultante de servomotores acoplados a sistemas de transmissão que, por sua vez, atuam diretamente na junta a movimentar tem, nos últimos anos, surgido uma nova linha de investigação no sentido da utilização de diferentes abordagens de atuação. Também na tentativa que estes humanoides sejam mais parecidos com o Homem, tenta-se usar atuadores que de uma certa forma simulam o músculo humano. Um exemplo destes atuadores são os músculos artificiais McKibben [27], que consistem basicamente nuns atuadores pneumáticos. A mão Shadow (Figura 2.7(a)) utiliza um conjunto destes atuadores, que por sua vez se encontram ligados a uma série de cabos, que fazem movimentar os dedos [44].

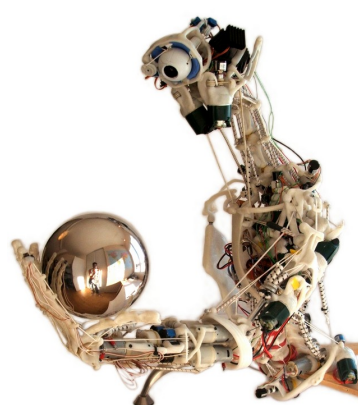
Já o projeto *Kojiro* (Figura 2.7(b)) da Universidade de Tokyo, utilizando servomotores, utiliza um sistema em que estes motores não atuam diretamente as juntas, mas puxam uma série de cabos, que simulam assim o músculo. Este humanoide apresenta uma estrutura muito menos rígida que os tradicionais humanoides, de forma a se tornar menos perigoso na interação com pessoas. A semelhança da estrutura deste humanoide com o esqueleto humano é tal, que foi inclusive projetada uma espécie de omoplata, o que permite a realização de alguns movimentos do ombro, que os outros humanoides não efetuam, mas que o Homem utiliza [37].



(a) *Shadow* [14].



(b) *Kojiro* [8].



(c) *ECCE1* [13].

Figura 2.7: Formas alternativas de atuação.

Existe ainda um projeto que pretende ir mais longe na questão da semelhança funcio-

nal entre o humanoide e o Homem. O ECCE1 do projeto ECCER (Embodied Cognition in a Compliantly Engineered Robot), usa um sistema de atuação semelhante ao *kojiro*, mas em que a estrutura é construída com segmentos cuja fisionomia é semelhante aos ossos humanos. Estes segmentos são feitos a partir de um termoplástico e são unidos através de uns elásticos, que simulam os tendões humanos [34].

Este tipo de humanoides “alternativos”, apesar de resolverem o problema da elevada rigidez, acrescentam uma grande dificuldade no controlo dos mesmos, pois tratam-se de sistemas altamente não lineares. Além disso, as forças máximas atingidas são baixas e as tolerâncias são altas. Numa tentativa de minimizar os problemas de cada uma das atuações, existem já laboratórios a investigar soluções híbridas, isto é, utilizar músculos artificiais em paralelo com motores nas juntas. Sendo que estes motores não têm de realizar a totalidade do trabalho, podem ser menos potentes, diminuindo assim a impedância. Além disso, garantem que as tolerâncias conseguidas sejam mais apertadas [47].

2.4 Estudo do Ombro

Na presente secção focar-se-á o assunto do complexo do ombro, e de que forma este complexo articular tem sido reproduzido nos protótipos de humanoides. De facto, apesar do complexo do ombro se tratar de um conjunto de articulações que em conjunto desenvolvem movimentos mais complexos, na generalidade dos protótipos de humanoides construídos, o complexo do ombro é reduzido à articulação gleno-umeral. Basta observar alguns dos humanoides aqui referidos, tais como o ASIMO da HONDA e o NAO da Aldebaran Robotics. Mesmo as mais recentes plataformas do Robonaut2 e do Space Justin apenas contemplam os movimentos e graus de liberdade associados à articulação gleno-umeral.

Esta simplificação do ombro nos principais humanoides construídos deve-se grandemente à dificuldade em obter modelos realistas do complexo do ombro, uma vez que esta é uma das partes mais complexas da estrutura músculo-esquelética em termos do estudo do movimento [56].

No entanto, o importante papel desempenhado pelo ombro, na postura e movimento, especialmente na realização de tarefas como o transporte de objetos [56], e a tentativa de criar humanoides com maior mobilidade e com a capacidade de realizar movimentos cada vez mais semelhantes aos movimentos do Homem, tem motivado a realização de alguns estudos e experiências sobre o projeto e a construção de ombros robóticos, de forma a adicionar 3 graus de liberdade aos 7 já existentes, que apenas contemplam o movimento da articulação gleno-umeral (3 graus de liberdade), do complexo articular do cotovelo (1 grau de liberdade), das articulações rádio-cubiciais (1 grau de liberdade) e do punho (2 graus de liberdade).

Os graus de liberdade adicionais permitirão a protacção/retracção do ombro (em torno do eixo longitudinal), a abdução/adução do ombro (em torno do eixo antero-posterior), e a flexão/extensão do ombro (em torno do eixo medial-lateral) [31]. Os graus de liberdade enunciados anteriormente encontram-se representados na Figura 4.1(a), e são muito importantes numa das principais funções do ombro, que é a orientação do umero [56].

Na criação de mecanismos que acrescentem os respetivos graus de liberdade, podem-se encontrar duas abordagens distintas. Uma delas, utilizada em humanoides já aqui

mencionados tais como o Kojiro e o ECCE1, consiste em replicar a estrutura humana do ombro [48], isto é, são construídas uma omoplata e uma clavícula, e o acionamento é realizado por via de cabos puxados por motores elétricos, de forma a simular o funcionamento dos músculos.

Este tipo de abordagem permite criar sistemas com um funcionamento mais semelhante ao Homem, aumentando a flexibilidade da estrutura, diminuindo a sua rigidez e aumentando, consequentemente, a segurança na interação Homem-humanoide. No entanto, existem inconvenientes a considerar, tais como o aumento da complexidade do sistema, como já foi referido anteriormente, e a necessidade de muitos mais atuadores. Num exemplo recorrendo ao absurdo, hoje em dia seria impraticável construir um humanoide com tantos motores quantos os músculos existentes no corpo humano, portanto a imitação detalhada do corpo humano poderá ser irrealista com os meios atualmente existentes.

Muitos investigadores estão portanto mais interessados em construir uma estrutura cinematicamente semelhante, ao invés de construir réplicas anatómicas realísticas [56]. Um destes exemplos é o modelo proposto por Jadran Lenarčič [30, 31], que consiste num mecanismo paralelo, que será explorado mais à frente no capítulo 4.

2.5 Desafios futuros

Nesta secção referenciar-se-ão alguns dos tópicos e tecnologias a serem desenvolvidos no futuro de forma a realmente possibilitar que os humanoides passem a ser uma realidade do dia a dia das pessoas. Assim, de seguida resumem-se as principais tecnologias a serem desenvolvidas [17]:

- Criação de novos componentes e sistemas mais compactos, fortes, rápidos, e mais precisos;
- Maior capacidade de armazenamento de energia e autonomia de funcionamento;
- Melhores atuadores, novamente mais compactos, potentes e eficientes, e melhoramento dos equipamentos associados, tais como drives, equipamentos de tratamento de sinal, e cablagem;
- Melhores redutores, a serem acoplados nos motores;
- Estudo dos algoritmos de controlo de força;
- E por fim mas essencial, melhores sensores, tanto sensores de contacto como sistemas de visão e percepção.

Como principais desafios, destacam-se o aprofundamento do conhecimento da cinemática e dinâmica destes sistemas, o estudo dos algoritmos de controlo mais adequados, todas as questões ligadas à percepção do ambiente que rodeia o humanoide, a questão da inteligência artificial, para que o humanoide consiga interpretar o que “sente e vê”, e por fim o grande desafio da interação do humanoide com o Homem [17].

Sendo a robótica uma ciência que engloba a utilização e aplicação de um conjunto de outras ciências e conhecimentos, está claro que serão os pequenos contributos em várias áreas do saber que possibilitarão a continuação do desenvolvimento das plataformas humanoides.

Capítulo 3

Anatomia e Biomecânica do Membro Superior

Apresenta-se a terminologia específica usada na referência anatômica e movimentos articulares. Descreve-se a anatomia do membro superior excluindo a região punho/mão, apresentando-se os ossos, principais músculos e ligamentos. Refere-se as amplitudes e os músculos envolvidos nalguns movimentos articulares. Por fim, aborda-se alguns dos assuntos no âmbito da biomecânica do membro superior, com recente relevância científica.

3.1 Introdução

A Anatomia é a ciência que estuda a estrutura do corpo humano [49]. Por seu turno, a Biomecânica consiste na aplicação de um conjunto de princípios mecânicos, tais como forças, tensão e deformação de materiais, leis de equilíbrio e leis de movimento, etc., a organismos vivos, ou seja, a sistemas biológicos [32]. Outra área científica de grande relevância que convém aqui ser referida, é a Cinesiologia, que significa literalmente o estudo do movimento, e que envolve o estudo do sistema músculo-esquelético [38].

Neste capítulo pretende-se realizar um breve estudo sobre a anatomia do membro superior, indicando os diferentes ossos, articulações e ligamentos. De seguida, pretende-se abordar a cinemática do membro superior num sucinto estudo cinesiológico sobre os tipos de movimentos e as suas amplitudes. Por fim, após uma enumeração dos músculos intervenientes nos movimentos, abordar-se-á a biomecânica do membro superior, referindo-se os esforços realizados pelos músculos.

O membro superior tem uma elevada mobilidade, sendo capaz de realizar uma ampla gama de movimentos, visto que se encontra ligado ao resto do corpo de forma bastante solta através dos músculos e ligamentos. Esta liberdade de movimentos permite a realização das atividades da vida diária, tais como levantar, agarrar, puxar e tocar [49].

As partes do membro superior que serão aqui tratadas, serão os complexos do ombro e do cotovelo, o braço e o ante-braço. A finalidade do estudo efetuado neste capítulo, é a melhor compreensão do funcionamento do membro superior, de forma a poder utilizar o conhecimento adquirido na análise de soluções cinemáticas de braços robóticos antropomórficos.

3.2 Terminologia

Para uma melhor comunicação e compreensão das localizações e movimentos das várias partes constituintes do corpo humano, foi criado um sistema de referência e um conjunto de designações próprias para o estudo do corpo humano. Assim, é essencial que antes de qualquer abordagem mais específica, se proceda a uma breve descrição e clarificação da terminologia própria, de forma a evitar qualquer ambiguidade.

3.2.1 Referenciação anatômica

Na identificação das estruturas e movimentos humanos, é utilizado um sistema de referenciação específico. Este sistema de referência é definido tendo por base um modelo humano na posição anatômica ou na posição fundamental. A posição anatômica consiste numa posição ortostática, com olhar em frente, costas direitas, braços ao longo do corpo com as palmas das mãos viradas para as frente, como se pode verificar de forma aproximada na Figura 3.1. Por seu turno, a posição fundamental apenas difere da posição anatômica na direção das palmas da mão, que se encontram viradas para o corpo. As posições anteriormente descritas são utilizadas para a descrição dos segmentos, da sua posição e dos movimentos [19].

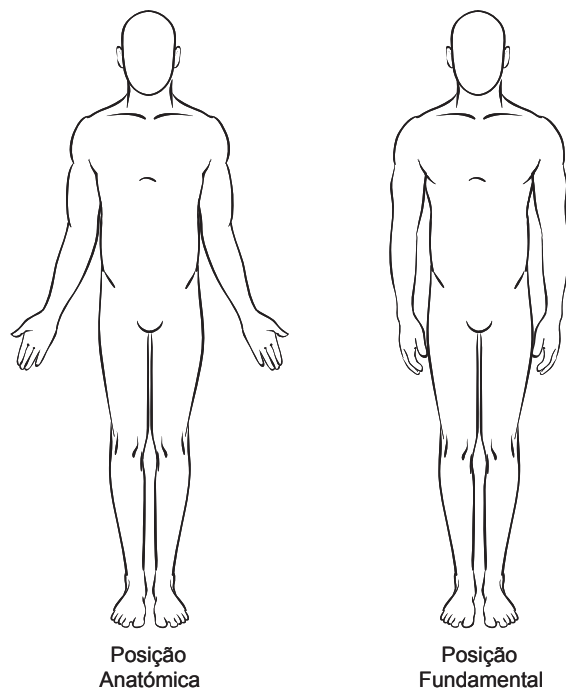


Figura 3.1: Posições descritivas [33].

Para ajudar na referenciação são utilizados os termos direcionais esquematicamente representados na Figura 3.2, e definidos na Tabela 3.1.

Na referenciação anatômica são utilizados três planos cardinais perpendiculares entre si e designados como planos anatómicos de referência (Figura 3.3). O plano sagital que divide lado lateral direito do lado lateral esquerdo, o plano frontal que divide o lado

posterior do lado anterior e por fim o plano transversal que divide o lado inferior do lado superior [19] e [49]. Os planos de referência anatômica servem para auxiliar na descrição da estrutura e movimentos dos segmentos do corpo. No entanto, existem movimentos que não se efetuam ao longo dos planos de referência descritos. Estes movimentos efetuam-se então num plano oblíquo, que tem componentes de dois ou três dos planos cardinais.

Tabela 3.1: Terminologia direcional de posicionamento (adaptado de [19] e [38]).

Termo	Definição	Exemplo
Direito	Relativo ao lado direito do corpo	O ombro direito
Esquerdo	Relativo ao lado esquerdo do corpo	O ouvido esquerdo
Superior	Mais próximo da cabeça	O nariz é superior ao pé
Inferior	Mais próximo dos pés	Os pés são inferiores ao cotovelo
Anterior	Mais próximo da frente do corpo	O umbigo está anterior às costelas
Posterior	Mais próximo da parte de trás do corpo	As costelas estão posteriores ao umbigo
Proximal	Mais próximo do tronco do corpo	O joelho está proximal ao pé
Distal	Mais afastado do tronco do corpo	O pé está distal ao joelho
Medial	Mais próximo do centro do corpo no plano frontal	O tronco encontra-se medial ao braço
Lateral	Mais afastado do centro do corpo no plano frontal	O braço encontra-se lateral ao tronco
Superficial	Mais próximo da superfície do corpo	A pele é superficial ao músculo
Profundo	Mais afastado da superfície do corpo	O músculo está mais profundo que a pele

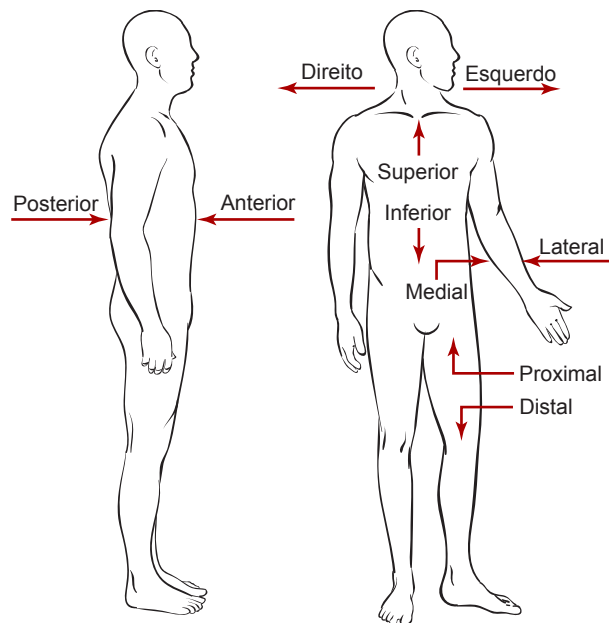


Figura 3.2: Terminologia direcional [33].

Os eixos anatômicos resultam da interseção dos planos anatômicos. Assim, o eixo Longitudinal advém da interseção do plano frontal com o sagital, o eixo Medial-Lateral deriva da interseção dos planos frontal e transversal, e por fim o eixo Antero-Posterior é definido da interseção dos planos sagital e transversal. Os três eixos referidos anteriormente formam um conjunto de eixos ortogonais entre si, como se pode verificar na Figura 3.3.

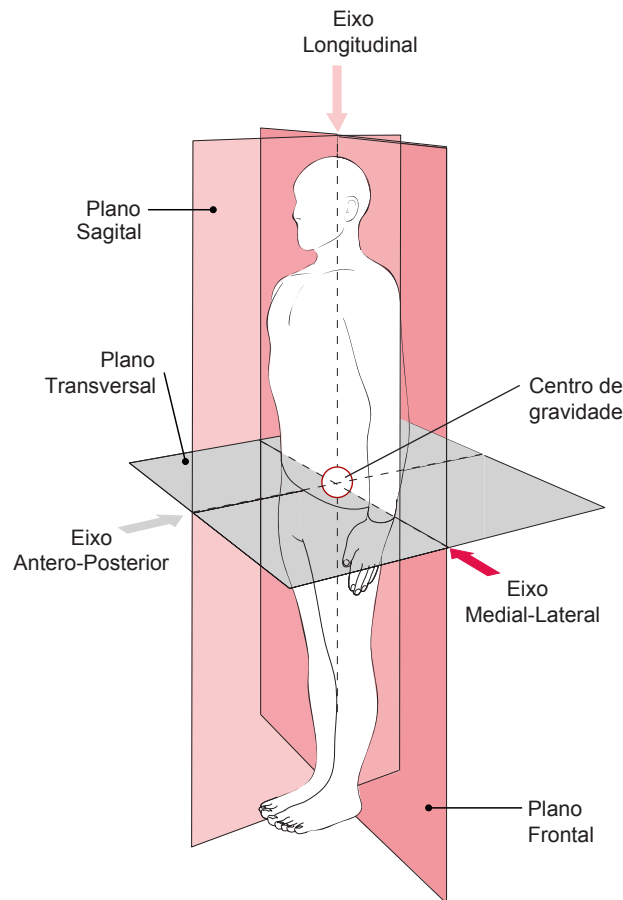


Figura 3.3: Planos e eixos anatômicos de referência [33].

3.2.2 Movimentos articulares

No que respeita aos movimentos existe também uma terminologia específica para descrever os principais movimentos dos segmentos do corpo. Aqui só serão descritos alguns movimentos, e todos eles referentes ao membro superior. A maior parte dos movimentos ou ações do corpo humano são axiais (circulares), isto é, os segmentos movem-se em torno de um eixo que atravessa a articulação [38]. Para a quantificação das rotações, considera-se que a posição anatómica, corresponde à posição em que todos os ângulos entre segmentos são zero.

Aqui serão descritos os movimentos articulares de forma bastante simplificada, e serão usadas ilustrações de modo a facilitar a identificação dos mesmos.

Os movimentos que fundamentalmente ocorrem no plano sagital são os movimentos de flexão, extensão e hiperextensão, como se pode observar na Figura 3.4. Para os segmentos do membro superior, a flexão é uma rotação no plano sagital na direção anterior [49], diminuindo assim o ângulo entre os segmentos. A extensão é o oposto da flexão, isto é, consiste numa rotação na direção posterior, aumentando portanto o ângulo entre os segmentos do corpo. Em suma, geralmente a flexão consiste em dobrar uma articulação, e a extensão em esticar uma articulação [38]. A hiperextensão, é um caso particular da

extensão, em que o movimento é efetuado para além da posição anatómica [19].

Um bom exemplo de flexão é a posição fetal. De facto, quando um indivíduo está na posição fetal, a maior parte das articulações encontram-se fletidas [49].

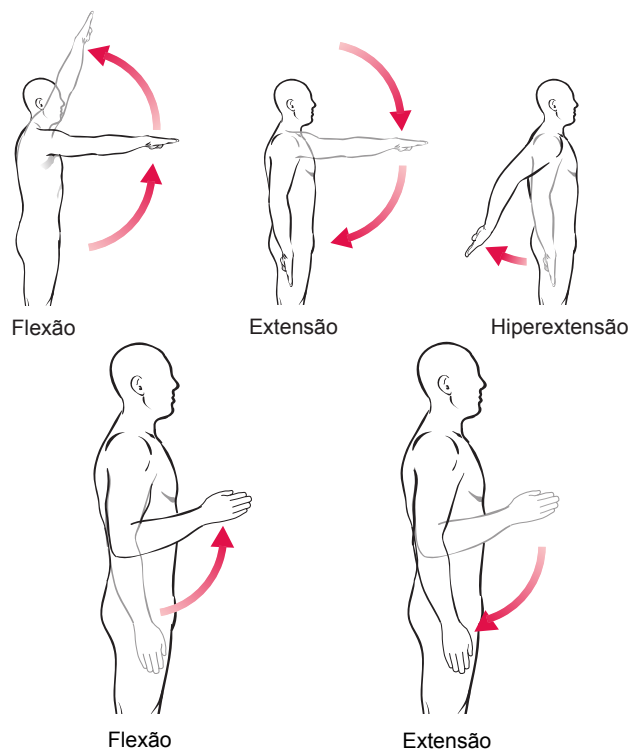


Figura 3.4: Movimentos de rotação no plano sagital [33].

Outros movimentos também de grande importância são a abdução e adução do ombro (Figura 3.5). A abdução consiste num movimento de rotação no plano frontal, em que os segmentos anatómicos se afastam da linha média do corpo, já na adução o segmento aproxima-se da linha média do corpo.

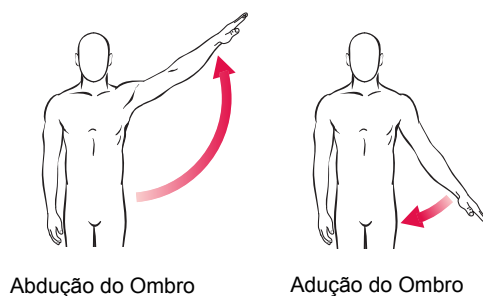


Figura 3.5: Abdução e adução do ombro [33].

Sendo o ombro um complexo articular com grande liberdade, este é capaz de realizar variados movimentos. São exemplo, a elevação e depressão, movimentos que ocorrem

num plano vertical (isto é, sagital ou frontal) [38]. A elevação é o movimento em que um segmento anatómico se move na direção superior, a depressão consiste no movimento inverso, isto é, quando o segmento se move na direção inferior.

Já os termos protração e retração do ombro, referem-se à rotação no plano transversal, no sentido anterior e posterior, respetivamente. É ainda possível uma rotação superior e inferior do ombro no plano frontal, em que a omoplata roda posicionando-se superiormente ou inferiormente à posição anatómica. Os movimentos do ombro anteriormente descritos podem ser visualizados na Figura 3.6.

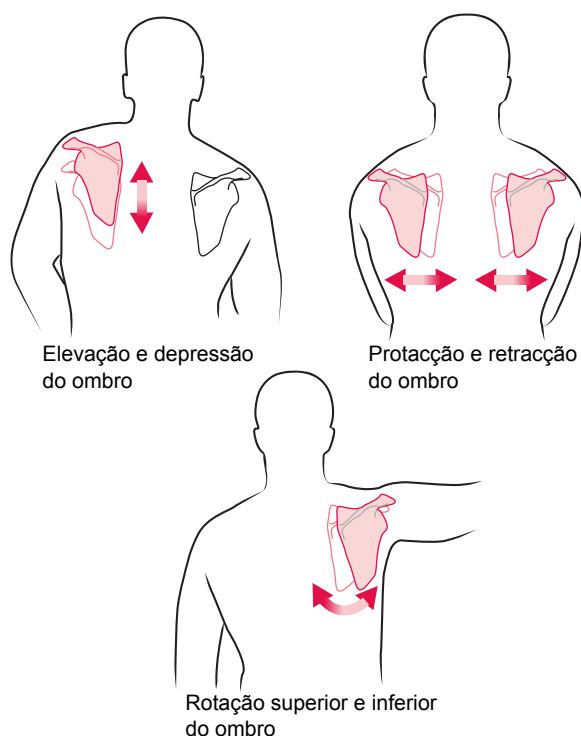


Figura 3.6: Alguns movimentos efetuados pelo complexo do ombro [33].

No plano transversal são de assinalar os movimentos de supinação, pronação, rotação lateral, rotação medial, adução horizontal e abdução horizontal [19]. Chama-se a atenção que apesar de para efeitos de contabilização das amplitudes de rotação, em que os membros do corpo se encontram na posição anatómica, estes movimentos se efetuam no plano transversal, no caso da supinação, pronação, rotação lateral e rotação medial, estes movimentos também se podem efetuar noutros planos, como se pode verificar nas figuras 3.7 e 3.8.

A pronação é o movimento do ante-braço, em que o rádio se sobrepõe ao cúbito. Por sua vez, supinação é o movimento inverso, ou seja, o rádio descruza para voltar a uma posição paralela ao cúbito (Figura 3.7).

A rotação lateral consiste numa rotação ao longo do eixo longitudinal do osso, em que a superfície anterior de um segmento anatómico roda afastando-se da linha média do corpo [33], em contraposição, a rotação medial consiste na rotação em que a superfície anterior do segmento anatómico roda aproximando-se da linha média do corpo (Figura

3.8).

A adução horizontal é um movimento axial na articulação do ombro, numa direção anterior do braço. A abdução horizontal consiste no movimento oposto, isto é, um movimento horizontal e axial numa direção posterior do braço (Figura 3.9).

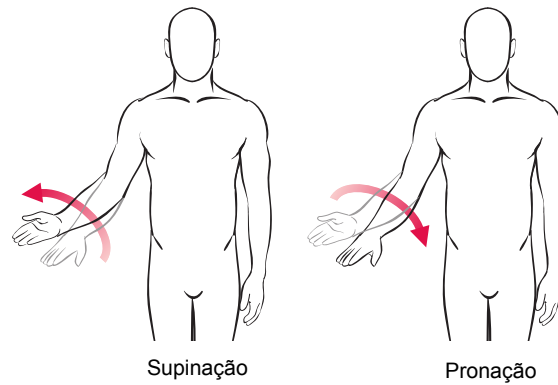


Figura 3.7: Supinação e pronação do ante-braço [33].

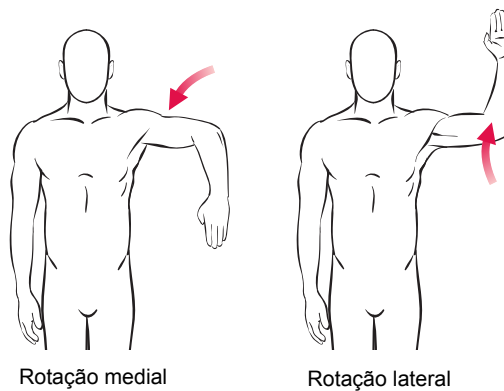


Figura 3.8: Rotação medial e lateral do braço [33].

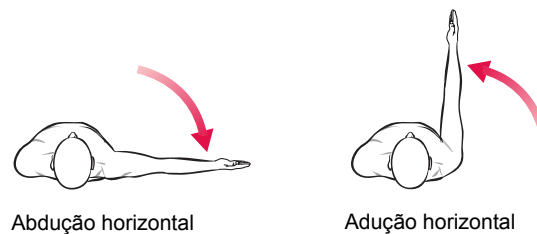


Figura 3.9: Abdução e adução horizontal do ombro [33].

Por fim, a circundação é uma combinação de flexão, extensão, abdução e adução

(Figura 3.10). A circundação ocorre em articulações com movimento livre como o ombro, em que o braço descreve um cone com o vértice no ombro [38].

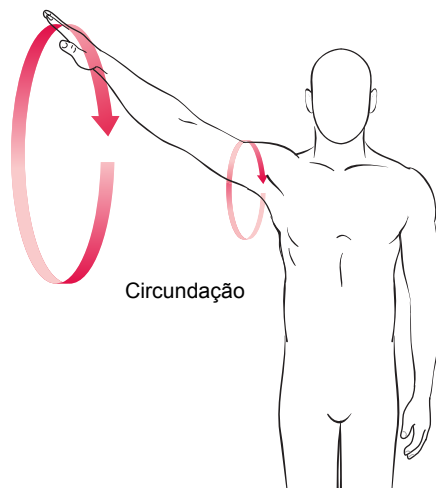


Figura 3.10: Movimento de circundação do ombro [33].

3.3 Anatomia do Membro Superior

Nesta secção serão tratados os complexos articulares do ombro e do cotovelo . Como se pode verificar na Figura 3.11, a região do punho/mão é uma estrutura anatômica extremamente complexa, e no âmbito deste trabalho, não é interessante o estudo da mesma. Serão assim indicados os ossos, articulações e ligamentos envolvidos nos complexos referidos anteriormente, tal como as amplitudes atingidas pelas articulações em alguns dos movimentos descritos na secção anterior. Estas estruturas denominam-se geralmente por complexos, pois são constituídas por um conjunto de articulações, que funcionando em sincronia, ambas contribuem para movimento do ombro e do cotovelo.

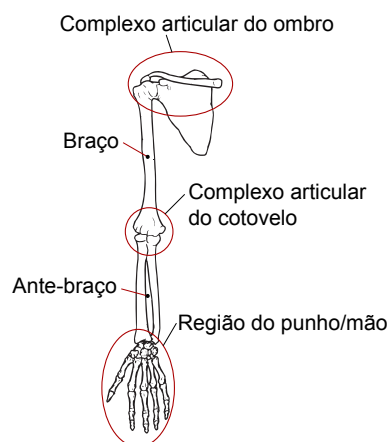


Figura 3.11: Vista anterior do membro superior (adaptado de [33]).

3.3.1 Complexo articular do ombro

O complexo do ombro engloba quatro articulações (Figura 3.12). A articulação esternoclavicular, que liga a extremidade proximal da clavícula ao manúbrio do esterno (parte superior do osso esterno, osso chato, colocado na parte anterior do tórax), que é considerada a articulação dominante, porque define a posição da omoplata [38]. A articulação gleno-umeral une a omoplata e o úmero. A articulação acrômio-clavicular, também conhecida por articulação AC, liga a omoplata e a extremidade distal da clavícula. Esta articulação permite movimentos independentes entre a omoplata e a clavícula. Estes movimentos relativos permitem uma maior mobilidade do complexo do ombro, e consequentemente uma maior capacidade de movimento de todo o membro superior.

Por fim, a articulação escápulo-costal ou escápulo-torácica, que não sendo considerada uma articulação anatómica, pois não existe nenhuma união entre a omoplata e a caixa torácica por meio de tecido conjuntivo, é todavia, devido ao seu comportamento, considerada uma articulação funcional [38].

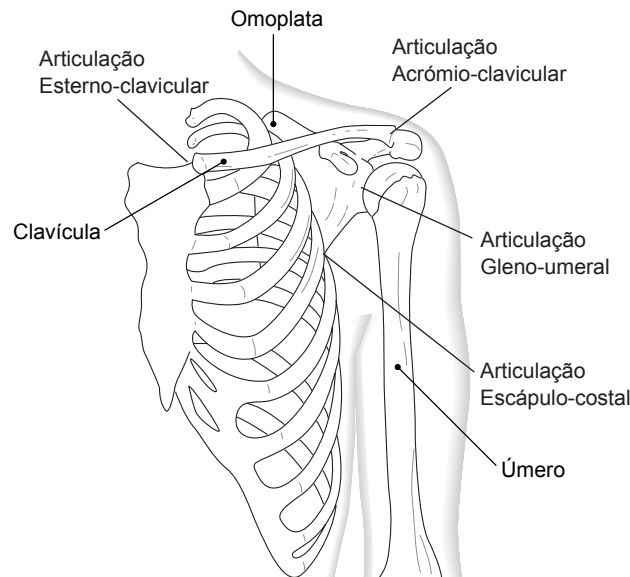


Figura 3.12: Vista anterior do complexo articular do ombro esquerdo: Articulações [33].

Na Figura 3.13 podem-se ver os principais ligamentos, responsáveis pela união da articulação acrômio-clavicular e da articulação gleno-umeral, já na Figura 3.14 pode-se visualizar as articulações esternoclaviculares. Nas tabelas 3.2, 3.3 e 3.4, indicam-se as amplitudes médias de alguns movimentos para determinadas articulações.

Tabela 3.2: Amplitude média dos movimentos da clavícula na articulação esternoclavicular, a partir da posição anatómica (adaptado de [38]).

Elevação	45°	Depressão	10°
Protacção	30°	Retracção	30°
Rotação superior	45°	Rotação inferior	0°

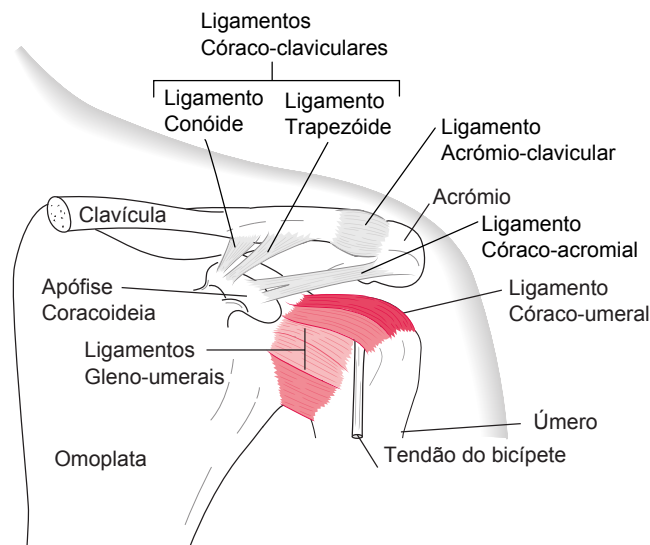


Figura 3.13: Vista anterior do complexo articular do ombro: Ligamentos [33].

Tabela 3.3: Amplitude média dos movimentos do braço na articulação gleno-umeral, a partir da posição anatómica (adaptado de [38]).

Flexão	100°	Hiperextensão	40°
Abdução	120°	Adução	0° ¹
Rotação lateral	50°	Rotação medial	90°

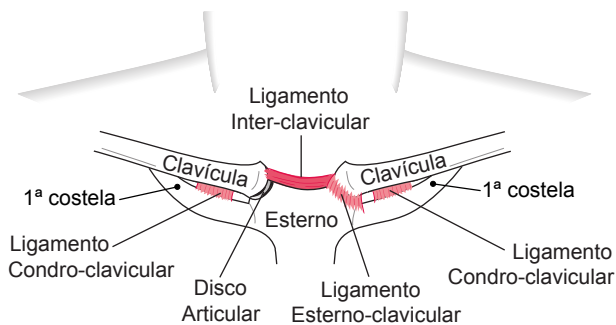


Figura 3.14: Vista anterior das articulações esterno-claviculares [33].

Tabela 3.4: Amplitude média dos movimentos da omoplata na articulação escápulo-costal, a partir da posição anatómica (adaptado de [38]).

Rotação superior	60°	Rotação inferior	0°
------------------	-----	------------------	----

¹Se o braço estender ou fletir ligeiramente, é possível atingir maior grau de adução.

Conciliando os movimentos de todas as articulações do ombro, obtém-se então as amplitudes médias dos movimentos do complexo articular do ombro, que são explicitados na Tabela 3.5.

Tabela 3.5: Amplitude média dos movimentos do complexo articular do ombro, a partir da posição anatômica (adaptado de [38]).

Flexão	180 ^o	Hiperextensão	150 ^o
Abdução	180 ^o	Adução	0 ^{o2}
Rotação lateral	90 ^o	Rotação medial	90 ^o

3.3.2 Complexo articular do cotovelo

O complexo do cotovelo engloba três articulações (Figura 3.15). Estruturalmente, estas três articulações podem ser consideradas uma só articulação ou um complexo articular [38]. A articulação do cotovelo refere-se às articulações úmero-cubital e úmero-radial. Funcionalmente, a articulação rádio-cubital proximal é separada da articulação do cotovelo e pertence ao grupo das articulações rádio-cubitais, pelo que não se falará da articulação rádio-cubital proximal. A articulação úmero-cubital, liga a extremidade distal do úmero à extremidade proximal do cúbito. A articulação úmero-radial, une a extremidade distal do úmero à extremidade proximal do rádio.

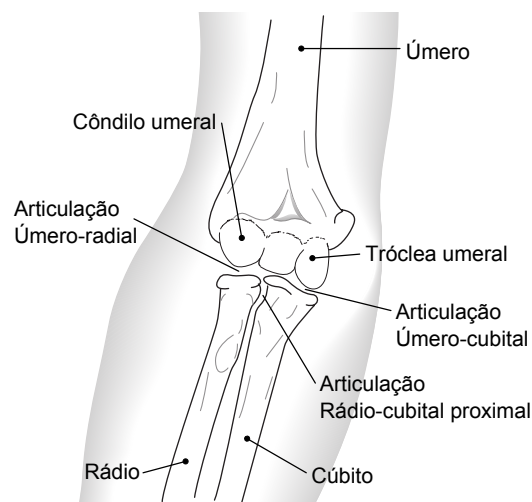


Figura 3.15: Vista anterior do complexo articular do cotovelo direito: Articulações [33].

A partir da posição anatômica, é possível realizar em média 160 graus de pronação e 0 graus de supinação, nas articulações rádio-cubitais [38]. Já a amplitude média do movimento do antebraço na articulação do cotovelo, a partir da posição anatômica, é de 145 graus para a flexão e 0 graus para a extensão [38].

Na Figura 3.16 podem-se ver os principais ligamentos, responsáveis pela união do complexo articulação do cotovelo.

²Se o braço estender ou fletir ligeiramente, é possível atingir maior grau de adução.

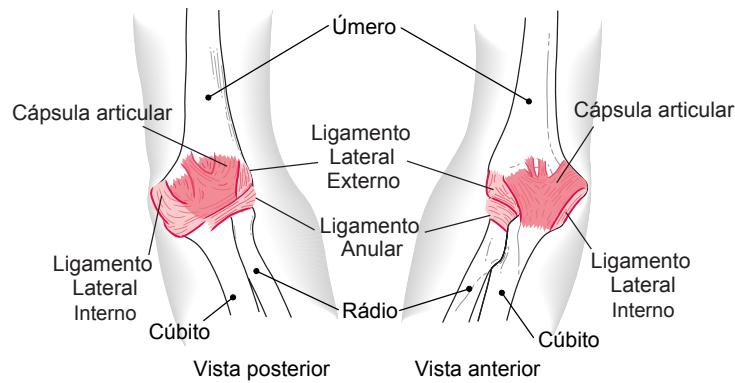


Figura 3.16: Complexo articular do cotovelo direito: Ligamentos [33].

3.4 Sistema Muscular - Anatomia Geral

As células musculares funcionam como pequenos motores de modo a produzir forças responsáveis pelos movimentos dos membros e pela manutenção da postura [49]. Os músculos ligam-se aos ossos através de tendões, cruzando as articulações que unem os segmentos [38]. A energia utilizada pelos músculos provém dos nutrientes, sendo que parte desta energia é utilizada na contração muscular e a restante noutros processos celulares ou libertada sob a forma de calor [49]; tal como acontece nos atuadores artificiais, parte da energia é sempre convertida em calor.

Quando os músculos recebem os estímulos enviados pelas fibras nervosas, estes contraem, criando uma tensão sobre as suas inserções, que tende a aproximá-las. Quando o aumento da tensão não é acompanhado do movimento dos segmentos, está-se perante uma contração isométrica, ou seja, o valor da força de contração do músculo é igual ao valor da força resistente. Isto corresponde aos casos da manutenção da postura. Quando é gerado um movimento dos segmentos com um aumento de tensão, está-se perante um caso de contração isotónica ou concêntrica. Esta situação corresponde aos casos em que o valor da força de contração muscular é maior que o valor da força de resistência a essa contração, sendo que o músculo encurta com sucesso. Finalmente, quando o valor da força de contração muscular é menor do que valor da força da resistência à contração do músculo, o músculo contrai e alonga. Nesta situação está-se perante uma contração excêntrica [19, 38].

É ainda importante referir que quando um músculo ou grupo de músculos desencadeia uma dada ação, outro músculo ou grupo de músculos tem uma ação contrária ao primeiro, o primeiro é referido como músculo ou grupo agonista e o segundo como músculo ou grupo antagonista [19].

Para compreender que os músculos nunca atuam de forma individualizada, mas sempre de forma coordenada, basta pensar na terceira lei de Newton. Segundo a terceira lei de Newton, quando se aplica uma força, existe sempre uma reação a essa força de igual intensidade mas com sentido contrário [39]. Assim, se se pretender por exemplo efetuar a flexão do antebraço (Figura 3.17), o bíceps contrairá criando uma força no antebraço que tenderá a aproximá-lo do braço. No entanto, será também criada uma força de igual intensidade e sentido contrário que tenderá a aproximar o braço do antebraço. Assim,

de forma a somente existir um movimento por parte do ante-braço, significa que existem outros músculos a atuar em simultâneo, equilibrando assim a força que o bicípete aplica no braço, para que este se mantenha estático.

Para que se verifique uma contração muscular, é necessário a ocorrência de uma série de fenómenos físicos e químicos, que não serão aqui explorados. Nesta secção apenas serão enumerados os principais músculos que atuam no membro superior, e os movimentos que a estes estão associados.

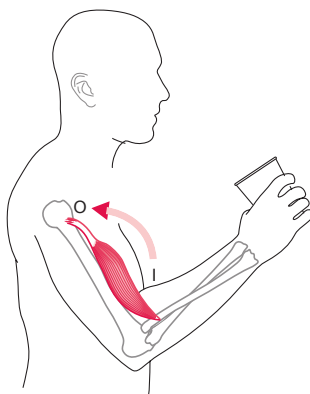


Figura 3.17: Flexão do ante-braço [33].

Na Figura 3.18 podem-se observar alguns dos músculos responsáveis pelos movimentos do membro superior. Apesar de só estarem alguns músculos representados, pode-se depreender que a estrutura muscular do membro superior é bastante complexa.

De forma a se perceber um pouco melhor a cinemática e a dinâmica do membro superior, é importante estudar qual é o contributo individual de cada músculo no comportamento global do membro superior.

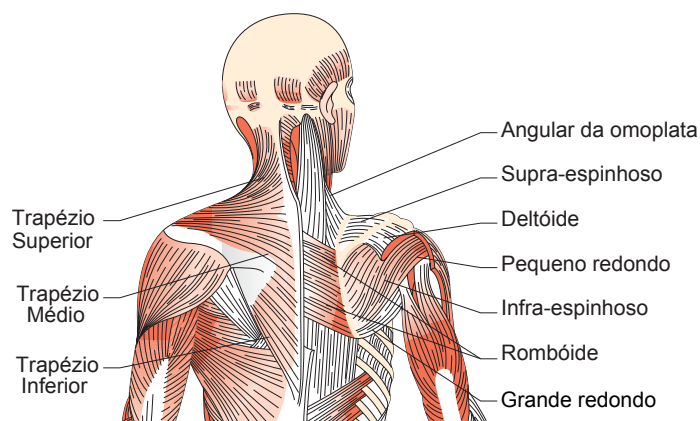


Figura 3.18: Músculos que atuam na omoplata [35].

A principal fixação do membro superior ao tronco é efetuada pelos músculos. Estes músculos movem a omoplata, permitindo um amplo leque de movimentos do membro superior e permitindo que a omoplata se mantenha fixa, aquando da contração dos músculos

do braço [49].

Nas figuras 3.19, 3.20, 3.21 e 3.22 encontram-se os principais músculos responsáveis pelo movimento do ombro, braço e ante-braço. Na Tabela 3.6 encontra-se de forma bastante resumida os principais músculos intervenientes em alguns movimentos do ombro e do braço mencionados na sub-secção 3.2.2.

Já na Tabela 3.7 encontram-se os principais músculos que intervêm nos movimentos do ante-braço. É importante referir que nas tabelas 3.6 e 3.7 apenas se indica quais os músculos que principalmente contribuem para o movimento, não se especificando qual o contributo quantitativo de cada músculo.

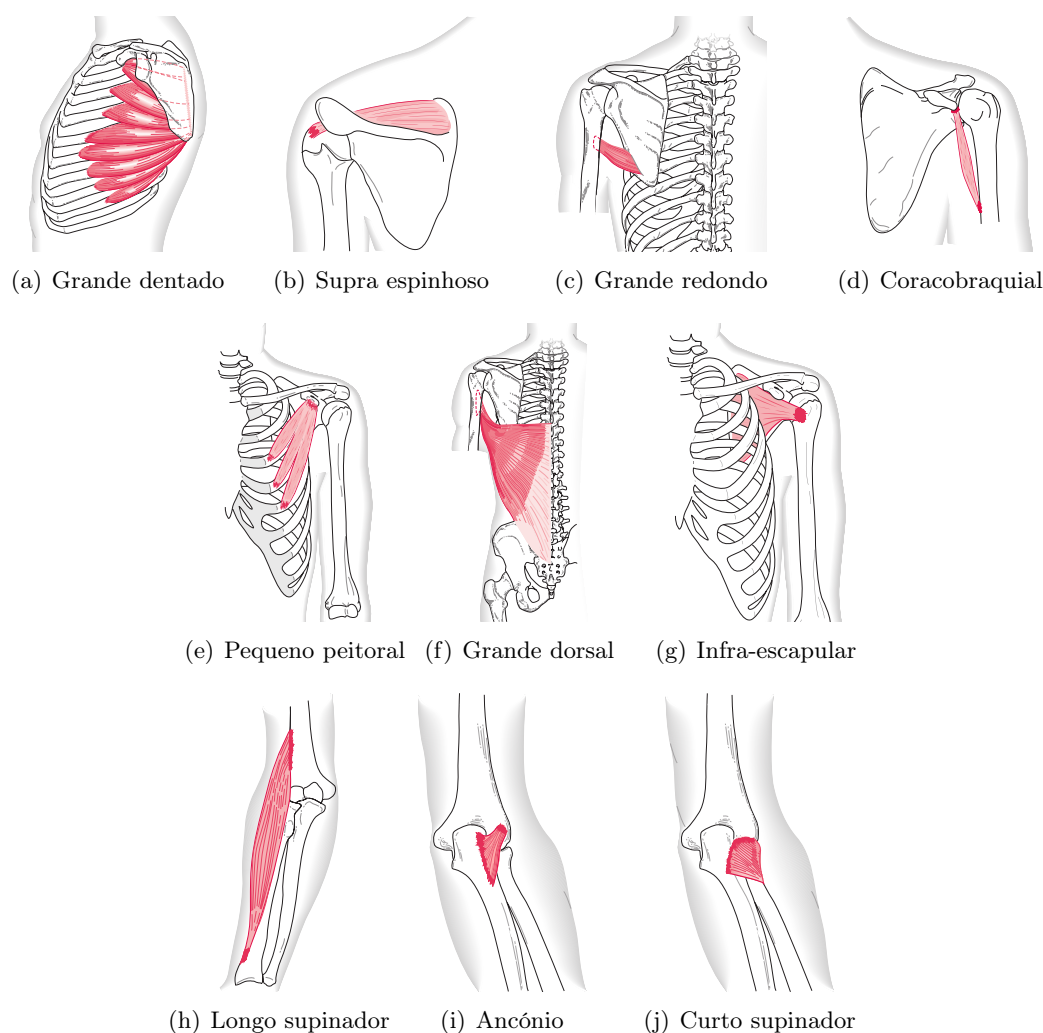


Figura 3.19: Alguns músculos do membro superior [33]: (a) Vista lateral esquerda do ombro esquerdo. (b) Vista posterior do ombro esquerdo. (c) Vista posterior do ombro esquerdo. (d) Vista anterior do ombro esquerdo. (e) Vista anterior do ombro esquerdo. (f) Vista posterior do ombro esquerdo. (g) Vista anterior do ombro esquerdo. (h) Vista anterior do cotovelo direito. (i) Vista posterior do cotovelo direito. (j) Vista posterior do cotovelo direito.

Tabela 3.6: Ações do músculos no ombro e no braço (adaptado de [49]).

Flexão	Extensão	Abdução
Deltóide (Figura 3.18)	Deltóide (Figura 3.18)	Deltóide (Figura 3.18)
Grande peitoral (Figura 3.20)	Grande redondo (figuras 3.18 e 3.19(c))	Supra-espinhoso (figuras 3.18 e 3.19(b))
Coracobraquial (Figura 3.19(d))	Pequeno redondo (figuras 3.18 e 3.21)	
Bicípete braquial (Figura 3.22(a))	Grande peitoral (Figura 3.20)	
	Tricípete braquial (Figura 3.22(b))	
Adução	Rotação medial	Rotação lateral
Grande peitoral (Figura 3.20)	Grande peitoral (Figura 3.20)	Deltóide (Figura 3.18)
Grande dorsal (Figura 3.19(f))	Grande redondo (figuras 3.18 e 3.19(c))	Infra-espinhoso (figuras 3.18 e 3.21)
Grande redondo (figuras 3.18 e 3.19(c))	Grande dorsal (Figura 3.19(f))	Pequeno redondo (figuras 3.18 e 3.21)
Pequeno redondo (figuras 3.18 e 3.21)	Deltóide (Figura 3.18)	
Tricípete braquial (Figura 3.22(b))	Infra-escapular (Figura 3.19(g))	
Coracobraquial (Figura 3.19(d))		

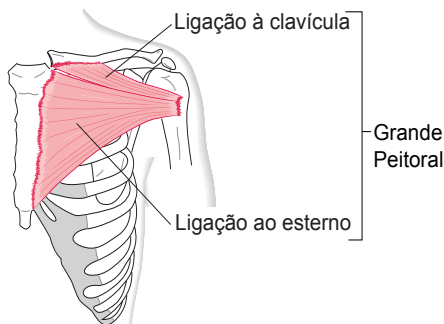


Figura 3.20: Vista anterior do ombro esquerdo: Músculo grande peitoral [33].

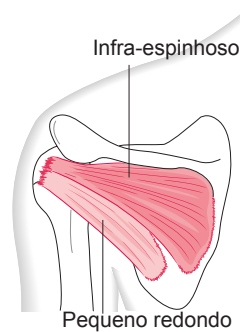


Figura 3.21: Vista posterior do ombro esquerdo: Músculos infra-espinhoso e pequeno redondo [33].

Tabela 3.7: Ações do músculos no ante-braço (adaptado de [49]).

Flexão	Extensão	Supinação	Pronação
Bicípete braquial (Figura 3.22(a))	Tricípete braquial (Figura 3.22(b))	Bicípete braquial (Figura 3.22(a))	Quadrado pronador (Figura 3.22(c))
Longo supinador (Figura 3.19(h))	Ancônio (Figura 3.19(i))	Curto supinador (Figura 3.19(j))	Redondo pronador (Figura 3.22(c))

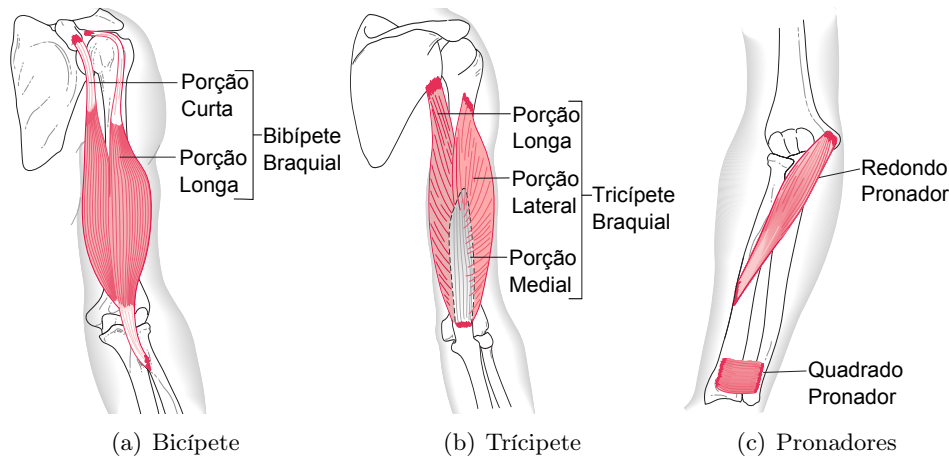


Figura 3.22: Alguns músculos do braço e ante-braço [33]: (a) Vista anterior do braço esquerdo. (b) Vista posterior do braço direito. (c) Vista anterior do ante-braço direito.

3.5 Biomecânica do Membro Superior

Apesar de, ao nível da anatomia, o membro superior se encontrar plenamente estudado, podendo-se mesmo encontrar uma infinidade de livros publicados sobre o assunto, ao nível da biomecânica do membro superior, o conhecimento já não é assim tão abundante. No entanto, nos últimos anos têm aparecido uma série de estudos sobre a biomecânica do membro superior, quer por questões clínicas de reabilitação de indivíduos com problemas de saúde, quer mesmo no âmbito de projetos de robótica.

Em particular o complexo do ombro, devido à sua complexidade geométrica e funcional, tem sido alvo de alguns estudos, na tentativa de se entender o seu funcionamento, e de se criarem algoritmos matemáticos, que permitam simular computacionalmente determinadas atividades humanas. A criação destes modelos matemáticos contribui para o cálculo das forças e momentos para determinadas posições dos membros superiores [28].

Nalguma literatura da especialidade é até considerado que o modelo do complexo do ombro é importante para corretamente simular a postura e movimento humano [55]. No entanto, a sua cinemática envolve movimentos complexos, que não correspondem diretamente a um conjunto de rotações em torno de eixos fixos [28].

E se a cinemática em si envolve já alguma complexidade, quando se pretende explorar a dinâmica, o problema ganha outra dimensão. De facto, apesar de se conhecer qualitativamente os músculos envolvidos em diferentes atividades, o contributo quantitativo de cada músculo no movimento global do ombro é algo que ainda permanece pouco investigado [58]. Além disso, devido à configuração da estrutura músculo-esquelética, as forças exercidas, dependem da posição dos segmentos do corpo. Por exemplo, existem estudos indicando uma dependência do ângulo de flexão do complexo articular do cotovelo na ação muscular do complexo do ombro [58]. No entanto, recorrendo a modelos matemáticos e a dados experimentais, existem alguns estudos que tentam quantificar as forças e momentos envolvidos em determinados movimentos. Na Tabela 3.8 pode-se verificar as forças máximas para os principais músculos do membro superior. Já na Tabela 3.9 ficam

registados os valores médios do momento no ombro para os movimentos de abdução e adução, e os momentos gerados na flexão e extensão do complexo articular do cotovelo [26, 40, 50].

Tabela 3.8: Comprimento e força máxima dos músculos (adaptado de [40]).

Nome	L_0 [mm]	F_{max} [N]
Coracobraquial	200	63
Deltóide	170	240
Grande Peitoral	190	210
Supra espinhoso	90	98
Infra-espinhoso	105	210
Trapézio	100	240
Bicípete braquial (porção curta)	230	47
Bicípete braquial (porção longa)	270	90
Trícipete braquial (porção longa)	285	135
Trícipete braquial (porção lateral)	210	108
Ancónio	75	40
Redondo Pronador	70	54
Quadrado Pronador	45	78
Curto supinador	50	30

Tabela 3.9: Momentos máximos nas articulações do ombro e cotovelo (adaptado de [26]).

Género	Momento no ombro [Nm]		Momento no cotovelo [Nm]	
	Abdução	Adução	Flexão	Extensão
Feminino	34,9	42,1	31,9	25,0
Masculino	74,4	93,7	79,5	60,5

De facto, a importância do estudo do membro superior, e em particular do complexo articular do ombro, tem-se revestido de tal significado que casos como o da Universidade de Stanford, que tem vindo a associar fortemente o estudo da robótica ao estudo da biomecânica [45, 46], sejam cada vez mais comuns quando se pretende projetar e construir humanoides.

Capítulo 4

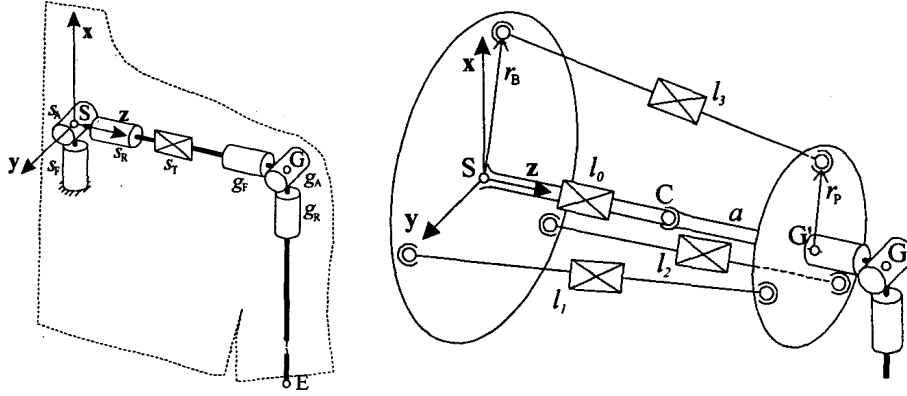
Análise de um Modelo Paralelo para o Complexo do Ombro

Propõe-se um modelo de um manipulador paralelo para o ombro do humanoide. Estabelecem-se as relações cinemáticas direta e inversa, e calcula-se o Jacobiano-Inverso para o modelo proposto. Faz-se uma análise estática de forças ao modelo. De seguida, faz-se um estudo sobre as singularidades do manipulador, com base nas quais se propõe uma geometria para o mesmo.

4.1 Introdução

Na Secção 2.4 abordaram-se alguns modelos para um ombro robótico, desde um modelo mais simplista, consistindo num manipulador série a modelos mais complexos, como a replicação do sistema músculo-esquelético do humano. Falou-se também da abordagem seguida por Jadran Lenarčič, o qual propõe um mecanismo paralelo (Figura 4.1(b)), que contempla a cinemática das articulações esterno-clavicular, acrómio-clavicular e escapulo-costal, seguido de um mecanismo série, que contempla a cinemática da articulação gleno-umeral. O movimento da plataforma aonde é acondicionada a junta gleno-umeral é então obtido através de 3 cilindros, representados na Figura 4.1(b) por um retângulo com uma cruz. O cilindro que nas duas figuras 4.1(a) e 4.1(b) se encontra segundo o eixo z , não tem como função a orientação da plataforma, mas somente a regulação da distância entre o torso e a junta gleno-umeral, uma vez que no Homem esta depende do ângulo que o ombro faz com o torso, e chega mesmo a variar $\pm 10\%$ [30]. Sendo este um modelo paralelo, obtém-se um espaço de trabalho mais reduzido, em contrapartida consegue-se uma maior resistência e precisão [31].

Nesta secção é proposto um modelo para o ombro e realizado um estudo mais pormenorizado sobre o mesmo. Este modelo consiste numa simplificação do modelo apresentado por Jadran Lenarčič nos seus trabalhos [30] e [31]. Tal como nos trabalhos referidos anteriormente, apenas se realizará o estudo do ombro não tendo em conta a junta gleno-umeral, uma vez que esta se encontra largamente implementada na generalidade dos humanoides existentes. O motivo pelo qual se escolheu este manipulador paralelo foi o facto de um manipulador série ser desadequado para simular o comportamento ombro (resistência e precisão reduzidas), e os modelos utilizados nos humanoides kojiro e ECCE1 serem demasiado complexos, tanto ao nível do estudo matemático como ao nível do controlo.



(a) Modelo série do complexo do ombro. (b) Modelo paralelo do complexo do ombro.

Figura 4.1: Modelos série e paralelo do complexo do ombro [31]

Na Figura 4.2 encontra-se uma representação tridimensional do sistema proposto. Em comparação com o esquema da Figura 4.1(b), pode-se verificar que a simplificação efetuada foi a eliminação do cilindro central e respetivo grau de liberdade de translação, uma vez que este em nada contribuía para a orientação da plataforma da extremidade, mas somente para a regulação da distância entre o torço e a junta gleno-umeral, distância essa que não sendo muito significativa, depende de cada indivíduo. Como aqui apenas se pretende realizar um estudo preliminar sobre sistemas robóticos para o ombro, não se considerou relevante estar nesta fase a analisar esta pequena variação de comprimentos, pelo que no modelo adotado, o comprimento entre o torso e junta gleno-umeral será sempre constante.

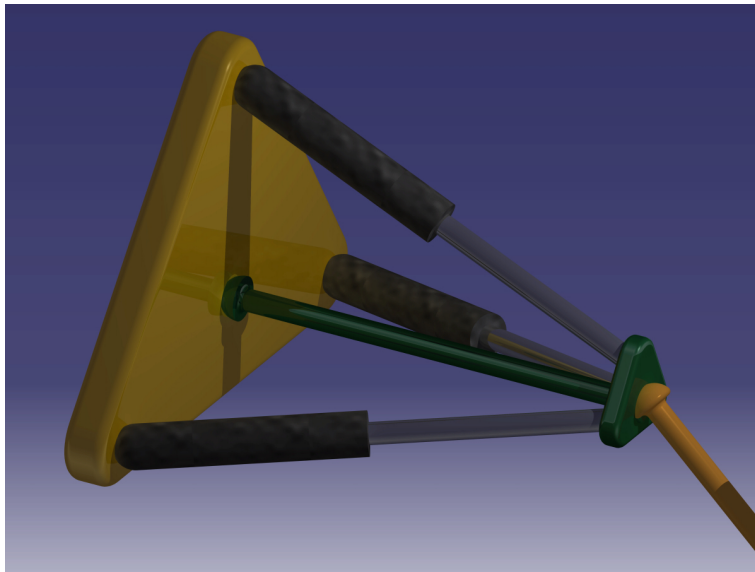


Figura 4.2: Representação tridimensional do modelo proposto.

Como se pode verificar na Figura 4.2, o modelo consiste então numa plataforma estática, que de agora em diante será referenciada como **base**, e uma plataforma móvel, que passará a ser referida como **extremidade**. A extremidade encontra-se ligada à base através de uma junta esférica, sendo que por esse motivo a extremidade apenas está possibilitada de efetuar movimentos ao longo de uma superfície esférica. As posições e movimentos da extremidade são então controlados por três cilindros, conectados à base e extremidade por duas rótulas cada.

De forma tornar o modelo apresentado mais inteligível é apresentada na Figura 4.3 a sua representação esquemática. O referencial global é colocado na rótula que liga a extremidade à base, o eixo z tem a direção do eixo medial, sentido distal, e o eixo x tem direção segundo o eixo longitudinal e sentido superior. O referencial local \underline{e} é colocado num ponto central da extremidade de forma a que o eixo z_e tenha a mesma direção do segmento de reta que une as origens dos dois referenciais e com sentido distal, como representado na Figura 4.3. O eixo x_e tem uma direção tal que quando o braço se encontra na posição anatómica este se encontre na mesma direção do eixo x .

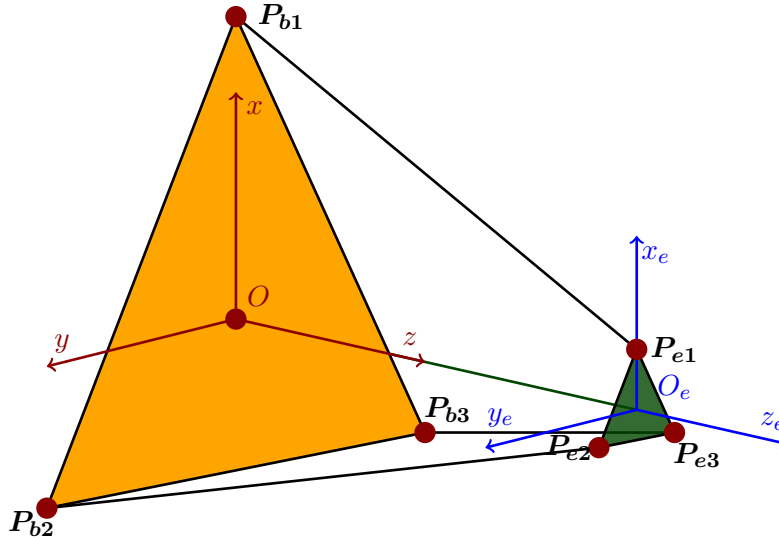


Figura 4.3: Representação esquemática do modelo proposto.

Os pontos P_{bi} , com $i = 1, 2, 3$, representam os centros de rotação das rótulas das inserções dos cilindros na base. Da mesma forma, os pontos P_{ei} , com $i = 1, 2, 3$, representam os centros de rotação das rótulas das inserções dos cilindros na extremidade. Ambos os pontos P_{bi} e P_{ei} encontram-se definidos relativamente ao referencial global anteriormente definido. Mais a frente os pontos dos centros de rotação das rótulas das inserções dos cilindros na extremidade relativamente ao referencial local \underline{e} , serão representados por p_i com $i = 1, 2, 3$.

O comprimento total do cilindro i é dado então pela norma da diferença dos pontos P_{bi} e P_{ei} , como se mostra seguidamente

$$L_i = \|P_{ei} - P_{bi}\| \quad (4.1)$$

Desta forma, a posição e orientação da extremidade é feita através da variação dos

comprimentos L_i com $i = 1, 2, 3$.

4.2 Relações Cinemáticas

Define-se cinemática como a relação entre as posições, velocidades e acelerações dos elos de um manipulador [36]. No caso em estudo considerar-se-á como elos a base e a extremidade do manipulador.

Entende-se como Cinemática Direta como a descrição das coordenadas cartesianas do último elo em função dos ângulos das juntas de revolução ou dos comprimentos das juntas prismáticas. Consequentemente, a Cinemática Inversa de um modelo descreve as variáveis de junta em função das coordenadas cartesianas e orientações do último elo [36].

Como no caso em estudo (mecanismo paralelo) a junta entre os dois elos considerados não é atuada, não faz sentido estar a considerar os ângulos entre estes dois elos como variáveis de junta. Por outro lado, para além da extremidade se deslocar ao longo de uma esfera, e portanto as coordenadas x, y, z não serem independentes umas das outras, os limites destas estão extremamente dependentes da dimensão do indivíduo. Por este motivo, em biomecânica estudam-se os limites angulares de cada junta e não os alcances lineares, sendo necessário clarificar quais são as variáveis de junta e variáveis operacionais. Desta forma, como variáveis de junta serão considerados os comprimentos dos três cilindros que fazem mover a extremidade, pelo que estas passam a ser as variáveis que podem ser diretamente controladas. Como variáveis do espaço operacional, isto é, aquelas variáveis que definem a posição pretendida do último elo, não se considerará as coordenadas cartesianas da extremidade, mas sim, os ângulos que esta faz com a base. Serão então considerados os seguintes ângulos: α o ângulo em torno do eixo x (protacção/retracção); β o ângulo em torno do eixo y (abdução/adução do ombro); θ o ângulo em torno do eixo z (flexão/extensão).

Na Figura 4.4 encontra-se um esquema que sistematiza a relação entre as variáveis de junta e do espaço operacional através da cinemática direta e inversa.

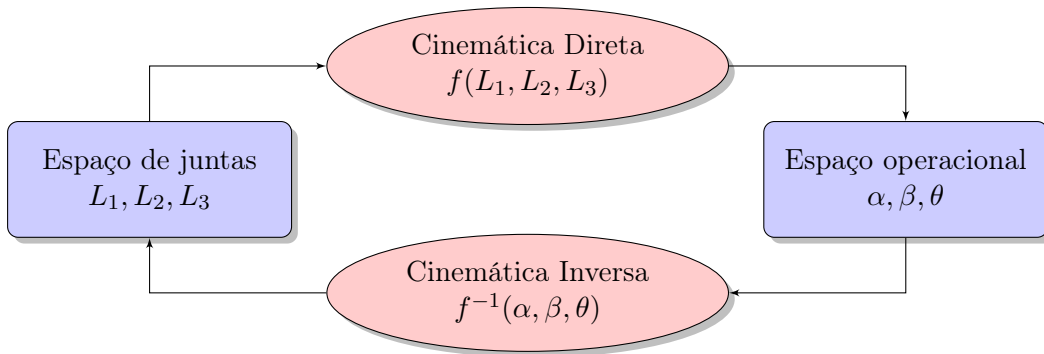


Figura 4.4: Esquema com a relação da cinemática direta e inversa.

O objetivo das sub-seções 4.2.1 e 4.2.2 será encontrar as relações expressas na Figura 4.4 por f e f^{-1} , respetivamente. Relações que como se verá adiante não são expressas por uma simples equação, mas sim por um conjunto de cálculos numéricos. A análise será iniciada pela Cinemática Inversa, pois ao contrário do que acontece nos manipuladores

série, no mecanismo em questão (manipulador paralelo), esta é mais simples de calcular do que a Cinemática Direta.

4.2.1 Cinemática inversa

Pretende-se nesta sub-secção obter os comprimentos dos cilindros para uma dada posição do espaço operacional (α, β, θ) . Como já foi aqui referido anteriormente, os pontos \mathbf{P}_{bi} representam os centros de rotação das rótulas das inserções dos cilindros na base,

$$\mathbf{P}_{bi} = \begin{bmatrix} X_{bi} \\ Y_{bi} \\ Z_{bi} \\ 1 \end{bmatrix}, i = 1, 2, 3 \quad (4.2)$$

Já os pontos \mathbf{p}_i , representam os centros de rotação das rótulas das inserções dos cilindros na extremidade relativamente ao referencial local \underline{e} ,

$$\mathbf{p}_i = \begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \\ 1 \end{bmatrix}, i = 1, 2, 3 \quad (4.3)$$

O comprimento dos cilindros é simplesmente obtido a partir da distância entre pontos como se pode ver na Equação (4.1). No entanto, para isso é necessário obter as coordenadas dos centros de rotação das rótulas das inserções dos cilindros na extremidade relativamente ao referencial global \mathbf{P}_{ei} . Para isso, calcula-se a matriz de transformação para a posição pretendida (α, β, θ) através da Equação (4.4), e multiplica-se a matriz de transformação pelas coordenadas dos pontos no referencial local (4.5).

$$\begin{aligned} \mathbf{T} &= \mathbf{Rot}(x, \alpha) \cdot \mathbf{Rot}(y, \beta) \cdot \mathbf{Rot}(z, \theta) \cdot \mathbf{Trans}(z, L) \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) & 0 \\ 0 & \sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos(\beta) & 0 & \sin(\beta) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin(\beta) & 0 & \cos(\beta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & L \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (4.4)$$

$$\mathbf{P}_{ei} = \begin{bmatrix} X_{ei} \\ Y_{ei} \\ Z_{ei} \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{T} \cdot \mathbf{p}_i = \mathbf{T} \cdot \begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \\ 1 \end{bmatrix}, i = 1, 2, 3 \quad (4.5)$$

Tendo-se obtido todas as coordenadas necessárias, é então possível calcular o comprimento dos cilindros um a um, como se mostra em (4.6), onde basicamente se expandiu a relação (4.1).

$$L_i = \sqrt{(X_{ei} - X_{bi})^2 + (Y_{ei} - Y_{bi})^2 + (Z_{ei} - Z_{bi})^2} \quad (4.6)$$

No Código em MatLab 4.1 encontra-se uma função que permite calcular as variáveis de junta em função das variáveis operacionais e de alguns parâmetros geométricos, tais como a posição das inserções dos cilindros nos respectivos referenciais locais¹.

Código em MatLab 4.1: Função com a cinemática inversa.

```

1 function [Pe0 Pe1 Pe2 Pe3 LL] = InvKin_3Dof(x,L,p1,p2,p3,Pb1,Pb2,Pb3)
2 % [Pe0 Pe1 Pe2 Pe3 LL] = InvKin_3Dof(x,L,p1,p2,p3,Pb1,Pb2,Pb3)
3 % Outputs-----
4 % Pe0 - origem do Referencial Local da extremidade em coordenadas do
5 %       Referencial Global;
6 % Pei - ponto de inserção do cilindro i na extremidade (Referencial Global)
7 % LL - vetor 3x1 com os comprimento dos cilindros.
8 % Inputs-----
9 % x - vetor com os ângulos (radianos);
10 % L - comprimento do eixo com comprimento fixo;
11 % pi - coordenadas das extremidades dos cilindros no Referencial Local;
12 % Pbi - coordenadas das bases dos cilindros no Referencial Global;
13 % Nota: pi, Pbi e Pei são vetores coluna em coordenadas homogêneas.
14 % Programa-----
15 % Matriz de transformação:
16 T = Rot('x',x(1))*Rot('y',x(2))*Rot('z',x(3))*Trans('z',L);
17 % Coordenadas das extremidades dos cilindros:
18 Oe = [0 0 0 1]'; PP = T*[p1 p2 p3 0e];
19 Pe1 = PP(:,1); Pe2 = PP(:,2); Pe3 = PP(:,3); Pe0 = PP(:,4);
20 % Comprimento dos cilindros:
21 LL = [norm(Pe1-Pb1) ; norm(Pe2-Pb2) ; norm(Pe3-Pb3)];
22 end

```

4.2.2 Cinemática direta

Ao contrário do que foi feito na secção anterior, agora pretende-se descobrir a posição da extremidade α, β, θ para um dado valor de comprimento dos cilindros L_i . No entanto, contrariamente ao que aconteceu com a cinemática inversa, em que as variáveis do espaço de junta se encontravam desacopladas, isto é, uma variável em cada equação, no caso da cinemática direta, as variáveis do espaço operacional encontram-se fortemente acopladas. Desta forma, para resolver o problema é necessário resolver o sistema de três equações equivalentes a (4.1) em simultâneo. Considerando L_i como o raio de uma esfera, facilmente se depreende que o sistema de equações (4.7) a resolver, resulta na intersecção de três esferas. Geometricamente é possível perceber que a intersecção de 3 esferas tem como resultado 2 pontos no espaço (isto se os seus centros não forem coincidentes). Uma vez que um destes pontos se encontra sempre fora do espaço de trabalho, o resultado do sistema de equações (4.7) é evidentemente a posição da extremidade.

$$\begin{cases} L_1^2 = (X_{e1} - X_{b1})^2 + (Y_{e1} - Y_{b1})^2 + (Z_{e1} - Z_{b1})^2 \\ L_2^2 = (X_{e2} - X_{b2})^2 + (Y_{e2} - Y_{b2})^2 + (Z_{e2} - Z_{b2})^2 \\ L_3^2 = (X_{e3} - X_{b3})^2 + (Y_{e3} - Y_{b3})^2 + (Z_{e3} - Z_{b3})^2 \end{cases} \quad (4.7)$$

¹Considera-se aqui o referencial local da base coincidente com o referencial global do modelo. Os referenciais locais são uteis, pois no caso da construção dos elos, a geometria é representada relativamente ao referencial local de cada elo.

As coordenadas da extremidade dependem obviamente das variáveis do espaço operacional, variáveis estas que se pretende descobrir. A substituição não foi efetuada, pois dessa maneira o sistema de equações (4.7) tornar-se-ia muito extenso.

Como não se encontrou solução algébrica para o sistema de equações (4.7), teve-se de recorrer a um método numérico para a resolução de sistemas de equações não-lineares. Estes métodos consistem na determinação das soluções de um sistema de equações, tal como o que se segue

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \quad (4.8)$$

ou no caso em estudo

$$\begin{cases} f_1(\alpha, \beta, \theta) = 0 \\ f_2(\alpha, \beta, \theta) = 0 \\ f_3(\alpha, \beta, \theta) = 0 \end{cases}$$

Para isso definiu-se as funções f_i da seguinte forma

$$f_i(\alpha, \beta, \theta) = (X_{ei} - X_{bi})^2 + (Y_{ei} - Y_{bi})^2 + (Z_{ei} - Z_{bi})^2 - L_i^2 = 0, i = 1, 2, 3 \quad (4.9)$$

Existe uma grande variedade de métodos numéricos para a resolução de equações não lineares. No entanto, aqui pretende-se resolver um sistema de equações não lineares, e um dos métodos que mais facilmente se generaliza ao caso n-dimensional é o método de Newton. Este método consiste em aproximar uma função $f(\mathbf{x})$ pelo seu desenvolvimento em série de Taylor, truncando a partir do termo que envolve a segunda derivada [42]. A grande diferença consiste em que no caso unidimensional é usada a derivada da função, enquanto que no caso n-dimensional se usa o Jacobiano de \mathbf{f} .

No caso particular do sistema que se pretende resolver, considera-se

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \theta \end{bmatrix} \quad e \quad \mathbf{f} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix}$$

Através de um palpite inicial \mathbf{x}^0 , é resolvida a Equação (4.10) n vezes, até que $\mathbf{x}^{n+1} \approx \mathbf{x}^n$.

$$\mathbf{x}^{n+1} = \mathbf{x}^n - \mathbf{J}_f^{-1} \cdot \mathbf{f} \quad (4.10)$$

sendo que o Jacobiano de \mathbf{f} é definido como se segue

$$\mathbf{J}_f = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial \alpha} & \frac{\partial f_1}{\partial \beta} & \frac{\partial f_1}{\partial \theta} \\ \frac{\partial f_2}{\partial \alpha} & \frac{\partial f_2}{\partial \beta} & \frac{\partial f_2}{\partial \theta} \\ \frac{\partial f_3}{\partial \alpha} & \frac{\partial f_3}{\partial \beta} & \frac{\partial f_3}{\partial \theta} \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

Desta forma, tudo o que resta para completar o procedimento de cálculo da cinemática direta, é a determinação do jacobiano de \mathbf{f} .

Cálculo do Jacobiano da função f

De forma a calcular o Jacobiano, ter-se-á de derivar as funções f_i para $i = 1, 2, 3$ em relação às variáveis (α, β, θ) . Utilizando então a Equação (4.9) e derivando em relação a α obtém-se a seguinte expressão

$$\frac{\partial f_i}{\partial \alpha} = 2 \cdot (X_{ei} - X_{bi})^2 \cdot \frac{\partial X_{ei}}{\partial \alpha} + 2 \cdot (Y_{ei} - Y_{bi})^2 \cdot \frac{\partial Y_{ei}}{\partial \alpha} + 2 \cdot (Z_{ei} - Z_{bi})^2 \cdot \frac{\partial Z_{ei}}{\partial \alpha} \quad (4.12)$$

que poderá ser organizada da seguinte forma

$$\frac{\partial f_i}{\partial \alpha} = \underbrace{\left[2 \cdot (X_{ei} - X_{bi})^2 \mid 2 \cdot (Y_{ei} - Y_{bi})^2 \mid 2 \cdot (Z_{ei} - Z_{bi})^2 \right]}_{\mathbf{W}_i} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\partial X_{ei}}{\partial \alpha} \\ \frac{\partial Y_{ei}}{\partial \alpha} \\ \frac{\partial Z_{ei}}{\partial \alpha} \end{bmatrix}}_{\frac{\partial \mathbf{P}_{ei}}{\partial \alpha}} \quad (4.13)$$

o que leva a uma expressão significativamente mais compacta

$$\frac{\partial f_i}{\partial \alpha} = \mathbf{W}_i \cdot \frac{\partial \mathbf{P}_{ei}}{\partial \alpha} \quad (4.14)$$

O raciocínio efetuado para a derivada em relação a α , pode ser igualmente feito para β e θ obtendo-se as respetivas expressões

$$\frac{\partial f_i}{\partial \beta} = \mathbf{W}_i \cdot \frac{\partial \mathbf{P}_{ei}}{\partial \beta} \quad (4.15)$$

$$\frac{\partial f_i}{\partial \theta} = \mathbf{W}_i \cdot \frac{\partial \mathbf{P}_{ei}}{\partial \theta} \quad (4.16)$$

Sendo o ponto \mathbf{P}_{ei} obtido através da Expressão (4.5) é possível obter a sua derivada relativamente às variáveis do espaço operacional

$$\frac{\partial \mathbf{P}_{ei}}{\partial \alpha} = \underbrace{\frac{\partial \mathbf{T}}{\partial \alpha}}_{\mathbf{T}_\alpha} \cdot \mathbf{p}_i \quad (4.17)$$

$$\frac{\partial \mathbf{P}_{ei}}{\partial \beta} = \mathbf{T}_\beta \cdot \mathbf{p}_i \quad (4.18)$$

$$\frac{\partial \mathbf{P}_{ei}}{\partial \theta} = \mathbf{T}_\theta \cdot \mathbf{p}_i \quad (4.19)$$

Note-se que nas expressões (4.18) e (4.19), as matrizes \mathbf{T}_β e \mathbf{T}_θ representam as derivadas da matriz de transformação \mathbf{T} relativamente às variáveis β e θ , respetivamente. É também importante referir que se considera aqui que a derivada de uma matriz é igual à matriz das derivadas dos elementos dessa matriz. Desta forma, as derivadas da matriz \mathbf{T} relativamente às variáveis do espaço operacional, podem ser obtidas a partir das seguintes expressões.

$$\mathbf{T}_\alpha = \underbrace{\frac{\partial \text{Rot}(x, \alpha)}{\partial \alpha}}_{D\text{Rot}(x, \alpha)} \cdot \text{Rot}(y, \beta) \cdot \text{Rot}(z, \theta) \cdot \text{Trans}(z, L) \quad (4.20)$$

$$\mathbf{T}_\beta = \text{Rot}(x, \alpha) \cdot \underbrace{\frac{\partial \text{Rot}(y, \beta)}{\partial \beta}}_{D\text{Rot}(y, \beta)} \cdot \text{Rot}(z, \theta) \cdot \text{Trans}(z, L) \quad (4.21)$$

$$\mathbf{T}_\theta = \text{Rot}(x, \alpha) \cdot \text{Rot}(y, \beta) \cdot \underbrace{\frac{\partial \text{Rot}(z, \theta)}{\partial \theta}}_{D\text{Rot}(z, \theta)} \cdot \text{Trans}(z, L) \quad (4.22)$$

Conciliando o grupo de equações (4.17), (4.18) e (4.19), com o grupo de equações (4.14), (4.15) e (4.16), e substituindo em (4.11), obtém-se então a expressão do jacobiano (4.23), que já é passível de ser calculada.

$$\mathbf{J}_f = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_1 \cdot \mathbf{T}_\alpha \cdot \mathbf{p}_1 & \mathbf{W}_1 \cdot \mathbf{T}_\beta \cdot \mathbf{p}_1 & \mathbf{W}_1 \cdot \mathbf{T}_\theta \cdot \mathbf{p}_1 \\ \mathbf{W}_2 \cdot \mathbf{T}_\alpha \cdot \mathbf{p}_2 & \mathbf{W}_2 \cdot \mathbf{T}_\beta \cdot \mathbf{p}_2 & \mathbf{W}_2 \cdot \mathbf{T}_\theta \cdot \mathbf{p}_2 \\ \mathbf{W}_3 \cdot \mathbf{T}_\alpha \cdot \mathbf{p}_3 & \mathbf{W}_3 \cdot \mathbf{T}_\beta \cdot \mathbf{p}_3 & \mathbf{W}_3 \cdot \mathbf{T}_\theta \cdot \mathbf{p}_3 \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

Código em MatLab da função da cinemática direta

No Código em Matlab 4.2 é possível observar a implementação do procedimento para o cálculo da cinemática direta descrito ao longo da presente sub-seção. Esta função tem como parâmetros de entrada as variáveis do espaço de junta L_i e alguns parâmetros geométricos.

Código em MatLab 4.2: Função com a cinemática direta.

```

1 function [Pe0 Pe1 Pe2 Pe3 x] = DirKin_3Dof(LL,L,p1,p2,p3,Pb1,Pb2,Pb3,x)
2 % [Pe0 Pe1 Pe2 Pe3 x] = DirKin_3Dof(LL,L,p1,p2,p3,Pb1,Pb2,Pb3,x)
3 % Outputs-----
4 % Pe0 - origem do Referencial Local da extremidade em coordenadas do
5 % Referencial Global;
6 % Pei - ponto de inserção do cilindro i na extremidade (Referencial Global)
7 % x - vector com os ângulos (radianos).
8 % Inputs-----
9 % LL - vetor 3x1 com os comprimento dos cilindros;
10 % L - comprimento do elo com comprimento fixo;
11 % pi - coordenada das extremidades dos cilindros no referencial local;
12 % Pbi - coordenadas das bases dos cilindros no referencial global;
13 % x - vector com os ângulos (radianos) - primeira estimativa;
14 % Nota: pi, Pbi e Pei são vetores coluna em coordenadas homogêneas.
15 % Programa-----
16 n = 1; er = 0.001; x2 = [1000 1000 1000]';
17 while (abs(x2(1)-x(1))>er) || (abs(x2(2)-x(2))>er) || (abs(x2(3)-x(3))>er)
18     alpha = x(1); beta = x(2); teta = x(3); % ângulos:
19     % Pontos de contacto dos cilindros com a extremidade no referencial global:
20     T = Rot('x',alpha)*Rot('y',beta)*Rot('z',teta)*Trans('z',L);
21     Pe1 = T*p1; Pe2 = T*p2; Pe3 = T*p3; % transformações
22     % Funções para as quais se pretender encontrar o zero:
23     f1 = ((norm(Pe1-Pb1)^2)-(LL(1)^2)); f2 = ((norm(Pe2-Pb2)^2)-(LL(2)^2));
24     f3 = ((norm(Pe3-Pb3)^2)-(LL(3)^2)); ff = [f1 f2 f3]';
25     % Derivadas das matrizes de transformação:
26     Ta = DRot('x',alpha)*Rot('y',beta)*Rot('z',teta)*Trans('z',L);
27     Tb = Rot('x',alpha)*DRot('y',beta)*Rot('z',teta)*Trans('z',L);

```

```

28 Tt = Rot('x',alpha)*Rot('y',beta)*DRot('z',teta)*Trans('z',L);
29 % Relação das derivadas dos pontos com as derivadas das funções:
30 W1 = 2*(Pe1-Pb1)'; W2 = 2*(Pe2-Pb2)'; W3 = 2*(Pe3-Pb3)';
31 % Jacobiano:
32 JJ = [W1*Ta*p1 W1*Tb*p1 W1*Tt*p1 ; W2*Ta*p2 W2*Tb*p2 W2*Tt*p2 ; ...
33       W3*Ta*p3 W3*Tb*p3 W3*Tt*p3];
34 % Cálculo iterativo:
35 x2 = x; % memória da posição anterior
36 x = x - (JJ^-1)*ff; % cálculo dos ângulos
37 n = n + 1; if(n > 100);break;end; % próxima iteração
38 end
39 % Matriz de transformação:
40 T = Rot('x',x(1))*Rot('y',x(2))*Rot('z',x(3))*Trans('z',L);
41 % Coordenadas das extremidades dos cilindros:
42 Oe = [0 0 0 1]'; PP = T*[p1 p2 p3 0e];
43 Pe1 = PP(:,1); Pe2 = PP(:,2); Pe3 = PP(:,3); Pe0 = PP(:,4);

```

4.3 Cálculo do Jacobiano Inverso do Modelo

Nesta secção, será calculado o Jacobiano Inverso do modelo proposto (Jacobiano Analítico). O Jacobiano consiste numa matriz constituída por um conjunto de derivadas parciais de primeira ordem, e relaciona a variação das variáveis do espaço de junta com a variação das variáveis do espaço operacional [36], traduzindo assim o impacto das primeiras nas segundas. O efeito contrário é obtido através da matriz inversa do Jacobiano, conhecida como Jacobiano Inverso.

A equação (4.24) traduz o Jacobiano Inverso do modelo em estudo.

$$\begin{bmatrix} \Delta L_1 \\ \Delta L_2 \\ \Delta L_3 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\partial L_1}{\partial \alpha} & \frac{\partial L_1}{\partial \beta} & \frac{\partial L_1}{\partial \theta} \\ \frac{\partial L_2}{\partial \alpha} & \frac{\partial L_2}{\partial \beta} & \frac{\partial L_2}{\partial \theta} \\ \frac{\partial L_3}{\partial \alpha} & \frac{\partial L_3}{\partial \beta} & \frac{\partial L_3}{\partial \theta} \end{bmatrix}}_{J_I} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \alpha \\ \Delta \beta \\ \Delta \theta \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

Ao contrário do que é costume, foi calculado o Jacobiano Inverso por uma questão de conveniência na facilidade do cálculo. Note-se que à primeira vista, a matriz da Equação (4.24) poderá parecer o Jacobiano, pois relaciona a variação de um ângulo com um comprimento, mas lembre-se que neste modelo em particular, considerou-se anteriormente os ângulos como variáveis operacionais, e os comprimentos como variáveis de junta.

Para se efetuar o cálculo do Jacobiano Inverso da Equação (4.24), é necessário então calcular as nove derivadas que o constituem. Inicia-se assim o cálculo escolhendo a derivada do comprimento do elo i em relação a α . Para isso, deriva-se a Equação (4.6) em relação a α , obtendo-se o seguinte resultado

$$2 \cdot L_i \cdot \frac{\partial L_i}{\partial \alpha} = 2 \cdot (X_{ei} - X_{bi}) \cdot \frac{\partial X_{ei}}{\partial \alpha} + 2 \cdot (Y_{ei} - Y_{bi}) \cdot \frac{\partial Y_{ei}}{\partial \alpha} + 2 \cdot (Z_{ei} - Z_{bi}) \cdot \frac{\partial Z_{ei}}{\partial \alpha} \quad (4.25)$$

que poderá ser decomposto na multiplicação de dois vetores

$$\frac{\partial L_i}{\partial \alpha} = \frac{1}{L_i} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} (X_{ei} - X_{bi}) & (Y_{ei} - Y_{bi}) & (Z_{ei} - Z_{bi}) \end{bmatrix}}_{\mathbf{V}_i} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\partial X_{ei}}{\partial \alpha} \\ \frac{\partial Y_{ei}}{\partial \alpha} \\ \frac{\partial Z_{ei}}{\partial \alpha} \end{bmatrix}}_{\frac{\partial \mathbf{P}_{ei}}{\partial \alpha}} \quad (4.26)$$

conduzindo assim a uma solução mais compacta como é exposto na seguinte expressão

$$\frac{\partial L_i}{\partial \alpha} = \mathbf{V}_i \cdot \frac{\partial \mathbf{P}_{ei}}{\partial \alpha} = \mathbf{V}_i \cdot \mathbf{T}_\alpha \cdot \mathbf{p}_i \quad (4.27)$$

Generalizando o raciocínio efetuado anteriormente para as restantes derivadas, obtém-se então que a Jacobiana da Expressão (4.24) é dada pela seguinte matriz

$$\mathbf{J}_I = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_1 \cdot \mathbf{T}_\alpha \cdot \mathbf{p}_1 & \mathbf{V}_1 \cdot \mathbf{T}_\beta \cdot \mathbf{p}_1 & \mathbf{V}_1 \cdot \mathbf{T}_\theta \cdot \mathbf{p}_1 \\ \mathbf{V}_2 \cdot \mathbf{T}_\alpha \cdot \mathbf{p}_2 & \mathbf{V}_2 \cdot \mathbf{T}_\beta \cdot \mathbf{p}_2 & \mathbf{V}_2 \cdot \mathbf{T}_\theta \cdot \mathbf{p}_2 \\ \mathbf{V}_3 \cdot \mathbf{T}_\alpha \cdot \mathbf{p}_3 & \mathbf{V}_3 \cdot \mathbf{T}_\beta \cdot \mathbf{p}_3 & \mathbf{V}_3 \cdot \mathbf{T}_\theta \cdot \mathbf{p}_3 \end{bmatrix} \quad (4.28)$$

No Código de MatLab 4.3 encontra-se então uma função que devolve o Jacobiano do manipulador em estudo, mediante a geometria e posição do modelo.

Código em MatLab 4.3: Função para o cálculo da matriz jacobiana do modelo.

```

1 function J = jacobina_3Dof(x,LL,L,p1,p2,p3,Pb1,Pb2,Pb3,Pe1,Pe2,Pe3)
2 % J = jacobina_3Dof(x,LL,L,p1,p2,p3,Pb1,Pb2,Pb3)
3 % Outputs-----
4 % J - matriz jacobiana do modelo (3x3).
5 % Inputs-----
6 % x - vector com os ângulos (radianos);
7 % LL - vetor 3x1 com os comprimento dos cilindros;
8 % L - comprimento do eixo com comprimento fixo;
9 % pi - coordenadas das extremidades dos cilindros no Referencial Local;
10 % Pbi - coordenadas das bases dos cilindros no Referencial Global;
11 % Nota: pi, Pbi e Pei são vetores coluna em coordenadas homogêneas.
12 % Programa-----
13 alpha = x(1); beta = x(2); teta = x(3); % ângulos:
14 % Derivadas das matrizes de transformação:
15 Ta = DRot('x',alpha)*Rot('y',beta)*Rot('z',teta)*Trans('z',L);
16 Tb = Rot('x',alpha)*DRot('y',beta)*Rot('z',teta)*Trans('z',L);
17 Tt = Rot('x',alpha)*Rot('y',beta)*DRot('z',teta)*Trans('z',L);
18 % Relação das derivadas dos pontos com as derivadas das funções:
19 V1 = (1/LL(1))*(Pe1-Pb1)'; V2 = (1/LL(2))*(Pe2-Pb2)'; V3 = (1/LL(3))*(Pe3-Pb3)';
20 % Jacobiano:
21 J = [V1*Ta*p1 V1*Tb*p1 V1*Tt*p1 ; V2*Ta*p2 V2*Tb*p2 V2*Tt*p2 ; ...
22      V3*Ta*p3 V3*Tb*p3 V3*Tt*p3];
23 end

```

4.4 Análise de Forças em Regime Estático

Nesta secção são calculas as forças que os cilindros têm de exercer de forma a suportar um momento $\vec{\tau}_e$ gerado por uma força externa \vec{F}_{ext} aplicada na extremidade do manipulador. O cálculo será efetuado em regime estático, isto é, questões dinâmicas como acelerações, massa e inércia, não serão tidas em conta.

Na Figura 4.5 encontra-se representado um diagrama de corpo livre, com as forças aplicadas na extremidade. Em caso de equilíbrio estático, existem duas condições que se têm de verificar:

$$\sum \vec{F} = \vec{0} \quad (4.29)$$

$$\sum \vec{M}_O = \vec{0} \quad (4.30)$$

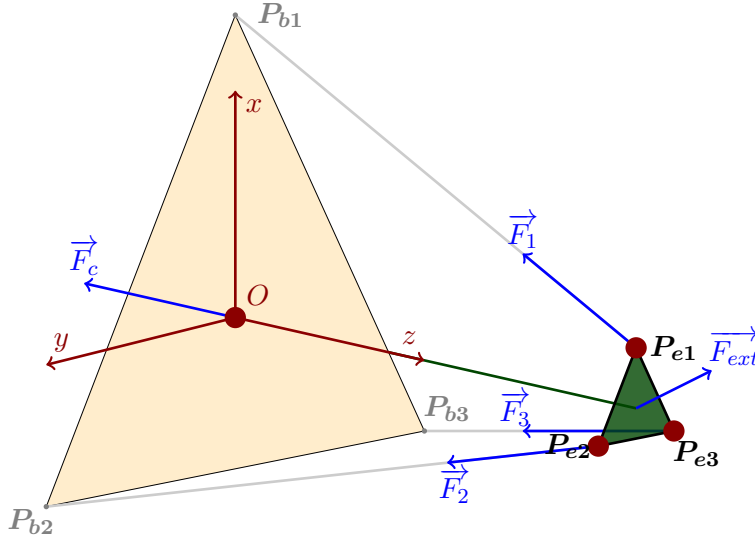


Figura 4.5: Diagrama de forças da extremidade.

Como o objetivo é calcular as forças dos cilindros e não a força \vec{F}_c , apenas será necessário a utilização da condição (4.30). Na Expressão (4.30) utilizou-se a rotula do ponto O , mas poderia-se ter utilizado outra rotula da extremidade, apenas se utilizou esta por uma questão de conveniência nos cálculos. Torna-se então necessário definir os seguintes vetores

$$\vec{r}_i = \mathbf{P}_{ei} - \mathbf{O} = \mathbf{P}_{ei} \quad (4.31)$$

como a distância entre o ponto de aplicação das forças dos cilindros F_i e o ponto onde são calculados os momentos, e

$$\vec{e}_i = \frac{\vec{E}_i}{\|\vec{E}_i\|} \quad (4.32)$$

como um vetor unitário, com a direção e sentido da força \vec{F}_i . Em que

$$\vec{E}_i = \vec{r}_i - \mathbf{P}_{bi} = \mathbf{P}_{ei} - \mathbf{P}_{bi} \quad (4.33)$$

Assim, tem-se que

$$\vec{F}_i = F_i \cdot \vec{e}_i \quad (4.34)$$

onde

$$F_i = \|\vec{F}_i\| \quad (4.35)$$

corresponde ao valor absoluto da força exercida pelo cilindro.

Somando todos os momentos aplicados na extremidade e substituindo-se na Expressão (4.30), obtém-se que

$$\vec{r}_1 \times \vec{F}_1 + \vec{r}_2 \times \vec{F}_2 + \vec{r}_3 \times \vec{F}_3 + \vec{\tau}_e = \vec{0} \quad (4.36)$$

de onde se pode tirar

$$\vec{r}_1 \times \vec{e}_1 \cdot F_1 + \vec{r}_2 \times \vec{e}_2 \cdot F_2 + \vec{r}_3 \times \vec{e}_3 \cdot F_3 = -\vec{\tau}_e \quad (4.37)$$

o que pode ser reorganizado de forma matricial

$$\begin{bmatrix} \vec{r}_1 \times \vec{e}_1 & \vec{r}_2 \times \vec{e}_2 & \vec{r}_3 \times \vec{e}_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{bmatrix} = -\vec{\tau}_e \quad (4.38)$$

de modo a obter-se o seguinte resultado

$$\begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{bmatrix} = -(\underbrace{\begin{bmatrix} \vec{r}_1 \times \vec{e}_1 & \vec{r}_2 \times \vec{e}_2 & \vec{r}_3 \times \vec{e}_3 \end{bmatrix}}_{\mathbf{J}_t})^{-1} \cdot \vec{\tau}_e \quad (4.39)$$

que poderá ser compactado na Expressão (4.40).

$$\begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{bmatrix} = -\mathbf{J}_t^{-1} \cdot \vec{\tau}_e \quad (4.40)$$

A matriz \mathbf{J}_t que aparece nas expressões (4.39) e (4.40) representa a relação entre as forças efetuadas pelos cilindros e um momento externo $\vec{\tau}_e$ aplicado à extremidade. Como se verá mais à frente, esta matriz tem algumas particularidades que convém ser aqui estudadas. No entanto, antes disso, é ainda possível simplificar o cálculo desta matriz, de modo a ser mais facilmente implementada uma função em MatLab que calcule as forças dos cilindros.

Assim, as colunas da matriz \mathbf{J}_t podem ser descritas pelo primeiro termo apresentado no conjunto de relações (4.41). Na primeira simplificação é substituído o vetor diretor da força através da Expressão (4.32), de seguida é ainda feita uma substituição com base em (4.33), que permite obter as colunas apenas em função das coordenadas das inserções dos cilindros na base e extremidade. Na penúltima simplificação é feito uso do conhecimento que a distância entre os pontos de inserção dos cilindros é igual ao comprimento do cilindro, relação esta expressa em (4.1), obtendo-se por fim uma relação composta por parâmetros já conhecidos das secções anteriores.

$$\begin{aligned}
\vec{r}_i \times \vec{e}_i &= \vec{r}_i \times \frac{\vec{E}_i}{\|\vec{E}_i\|} \\
&= \mathbf{P}_{ei} \times \frac{\mathbf{P}_{ei} - \mathbf{P}_{bi}}{\|\mathbf{P}_{ei} - \mathbf{P}_{bi}\|} \\
&= \frac{\mathbf{P}_{ei} \times \mathbf{P}_{ei} - \mathbf{P}_{ei} \times \mathbf{P}_{bi}}{L_i} \\
&= \frac{\mathbf{P}_{bi} \times \mathbf{P}_{ei}}{L_i}
\end{aligned} \tag{4.41}$$

Desta forma o Jacobiano que relaciona as forças com os momentos (Jacobiano Geométrico), pode ser expresso do seguinte modo

$$\mathbf{J}_t = \begin{bmatrix} \frac{\mathbf{P}_{b1} \times \mathbf{P}_{e1}}{L_1} & \frac{\mathbf{P}_{b2} \times \mathbf{P}_{e2}}{L_2} & \frac{\mathbf{P}_{b3} \times \mathbf{P}_{e3}}{L_3} \end{bmatrix} \tag{4.42}$$

É agora possível calcular as forças exercidas pelos cilindros em regime estático através da função ilustrada no extrato de Código em MatLab 4.4.

Código em MatLab 4.4: Função para o cálculo das forças em regime estático.

```

1 function FF = staticforce_3Dof(tau,LL,Pe1,Pe2,Pe3,Pb1,Pb2,Pb3)
2 % FF = staticforce_3Dof(L,p1,p2,p3,Pb1,Pb2,Pb3)
3 % Outputs-----
4 % FF - vetor 3x1 com as forças exercidas por cada cilindro em regime estático.
5 % Inputs-----
6 % LL - vetor 3x1 com os comprimento dos cilindros;
7 % Pei - coordenada das extremidades dos cilindros no referencial global;
8 % Pbi - coordenadas das bases dos cilindros no referencial global;
9 % Nota: pi e Pbi são vetores coluna em coordenadas homogêneas.
10 % Programa-----
11 Jt = [(1/LL(1)).*cross(Pb1(1:3),Pe1(1:3)) (1/LL(2)).*cross(Pb2(1:3),Pe2(1:3)) ...
12       (1/LL(3)).*cross(Pb3(1:3),Pe3(1:3))]; % jacobiano da força
13 FF = -(Jt^(-1))*tau; % forças
14 end

```

4.5 Estudo das Singularidades

Grande parte do manipuladores robóticos têm configurações onde a Matriz Jacobiana é singular, isto é, não admite inversa. Assim, nas proximidades de uma singularidade, o Jacobiano Inverso torna-se mal condicionado. A situação de singularidade, corresponde: ou a uma situação em que o manipulador perdeu graus de liberdade, ou seja, por algum motivo é fisicamente impossível para o manipulador mover-se em determinadas direções (anulação do determinante do Jacobiano direto); ou a uma situação em que o manipulador ganha graus de liberdade não controlados, isto é, a extremidade pode mover-se sem que os atuadores se movam (anulação do determinante do Jacobiano inverso).

Uma vez que só se obteve o Jacobiano inverso, apenas serão estudadas a singularidades correspondentes.

Considere-se então uma dada configuração, em que as inserções se encontram dispostas simetricamente ao eixo z . No caso da base, os pontos \mathbf{P}_{bi} estão dispostos sobre um plano perpendicular ao eixo z ao longo de uma circunferência centrada em z e distados

de um ângulo de 120° . O mesmo se aplica aos pontos da extremidade relativamente ao referencial local da mesma.

No extrato de Código em MatLab 4.5 encontram-se especificadas as coordenadas dos pontos P_{bi} e p_i , conforme descrito anteriormente.

Código em MatLab 4.5: Parâmetros geométricos do modelo - geometria inicial.

```

1 %-----
2 % Parâmetros Geométricos:
3 %-----
4 L = 100; % comprimento do elo principal de ligação
5 DD = 50; % distância da base dos cilindros ao centro da base
6 Pb1 = [DD 0 -20 1]';
7 Pb2 = [-DD*sind(30) DD*cosd(30) 0 1]';
8 Pb3 = [-DD*sind(30) -DD*cosd(30) 0 1]';
9 dd = 20; % distância da extremidade dos cilindros ao centro da extremidade
10 p1 = [dd 0 0 1]';
11 p2 = [-dd*sind(30) dd*cosd(30) 0 1]';
12 p3 = [-dd*sind(30) -dd*cosd(30) 0 1]';

```

Para se descobrir as posições de singularidade, de forma a serem evitadas, é necessário calcular para que posições é que o determinante da matriz do Jacobiano inverso (4.28) se anula. No entanto, uma vez que não se tem propriamente uma expressão algébrica para o Jacobiano inverso, não é possível obter uma relação que expresse as posições para as quais o Jacobiano inverso é singular.

Uma solução seria então calcular o determinante do Jacobiano inverso para todo o espaço de trabalho anatómico. Define-se aqui como espaço de trabalho anatómico do manipulador, como o espaço de trabalho alcançado pelo manipulador quando este se encontra dentro dos limites anatómicos médios de um indivíduo. Os valores utilizados foram obtidos através das amplitudes médias das articulações fornecidas na Secção 3.3, a explicação de como foram obtidos encontra-se dada mais à frente na Secção 6.2, e na Tabela 4.1 encontram-se os intervalos das variáveis operacionais. Esta solução também não resulta, pois como só são testados um conjunto finito de pontos neste espaço de trabalho, só por muita sorte é que se conseguem obter aqueles que precisamente anulam o determinante do Jacobiano inverso.

Tabela 4.1: Amplitudes anatómicas para as variáveis operacionais.

Variáveis	Designação	Amplitude
α	protacção e retracção do ombro	$[-30^\circ, 30^\circ]$
β	abdução e adução do ombro	$[0^\circ, 60^\circ]$
θ	flexão e hiperextensão do ombro	$[-110^\circ, 80^\circ]$

Desta forma, foi testada uma outra abordagem, que consiste em analisar o sinal do determinante do Jacobiano inverso, representando num gráfico tridimensional, para cada conjunto de coordenadas (α, β, θ) , os determinantes positivos como pontos verdes e os determinantes negativos como pontos vermelhos, como se pode verificar na Figura 4.6.

Como a Figura 4.6 não é muito clara em relação ao resultado que se pretende aqui reproduzir, foi estudada uma porção particular do espaço de trabalho, apenas a título ilustrativo. Assim, na Figura 4.7 encontram-se as posições para as quais o determinante do Jacobiano inverso é negativo num espaço de trabalho que não o anatómico.

Já na Figura 4.8 encontram-se representados os pontos para os quais o determinante do Jacobiano inverso é positivo.

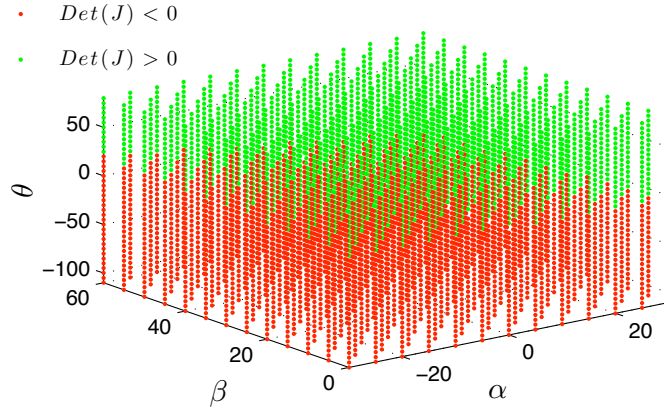


Figura 4.6: Sinal do determinante da matriz jacobiana no espaço de trabalho anatómico.

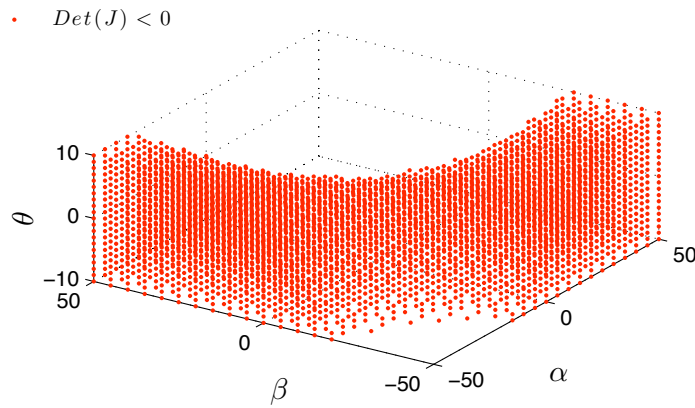


Figura 4.7: Determinante negativo do Jacobiano inverso num espaço de trabalho particular.

Como se pode verificar nas figuras 4.7 e 4.8, os determinantes negativos e positivos encontram-se em duas zonas distintas do espaço de trabalho, e como até agora ainda não se utilizaram funções não contínuas, conclui-se que o determinante do Jacobiano inverso seja também uma função contínua, ou seja, na transição entre os determinantes negativos e positivos, o determinante tem necessariamente de se anular, pelo que existe no espaço de trabalho uma superfície que divide as duas zonas identificadas anteriormente, superfície esta que corresponde às posições onde o determinante do Jacobiano inverso se anula.

Na Figura 4.9 foram representados os determinantes negativos e positivos em simultâneo, mas somente aqueles inferiores a um determinado valor, desta forma consegue-se assim identificar claramente a superfície referida anteriormente, e é ainda possível verificar que a forma desta superfície se assemelha muito a um parabolóide hiperbólico [29].

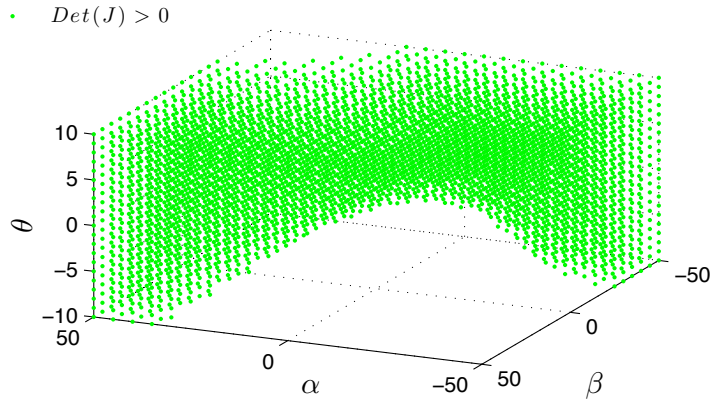


Figura 4.8: Determinante positivo do Jacobiano inverso num espaço de trabalho particular.

Existem portanto duas maneiras de evitar esta superfície de singularidades: uma é fazer uma identificação da mesma através de uma expressão algébrica, por exemplo a expressão de um parabolóide hiperbólico, e de seguida evitar todas as posições próximas desse plano; outra é tentar alterar a disposição dos cilindros de forma a retirar a superfície do espaço de trabalho anatómico.

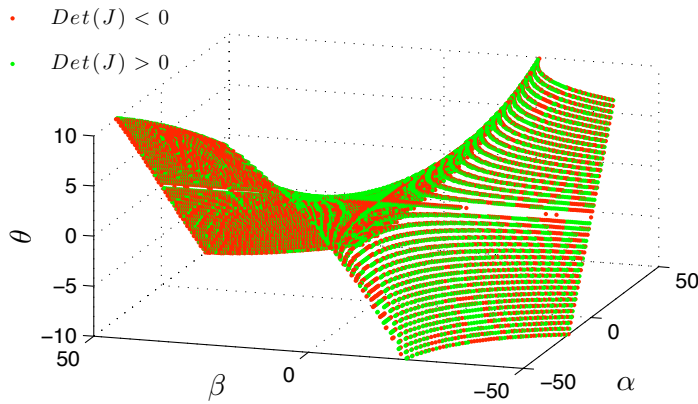


Figura 4.9: Superfície do espaço de trabalho onde o determinante do Jacobiano inverso é nulo.

Por fim, vale a pena mencionar que todos os gráficos tridimensionais realizados com o sinal do determinante do Jacobiano inverso do modelo foram também realizados para o determinante do Jacobiano \mathbf{J}_t que relaciona as forças efetuadas pelos cilindros F_i e um momento externo $\vec{\tau}_e$. Os gráficos obtidos são exatamente iguais para ambos os Jacobianos, sendo que estes são diferentes, e os determinantes são também diferentes. O que leva a concluir que apesar de serem diferentes, ambos os Jacobianos se apresentam singulares nas mesmas posições, o que fisicamente não será complicado de entender, pois vem comprovar que estas posições singulares correspondem às posições em que os cilindros não são capazes de suportar determinados momentos.

Como se pode averiguar na Expressão (4.39), as colunas do Jacobiano t correspondem a 3 vetores com a direção dos momentos criados pelos cilindros na extremidade quando aplicam uma força. Verificou-se que as posições de singularidade correspondem a posições em que estes vetores são todos perpendiculares a um mesmo plano. Isto significa, que para determinadas configurações, o manipulador só consegue aguentar momentos aplicados perpendicularmente a esse plano. Esta observação está em completo acordo com o que foi aqui referido anteriormente, ou seja, ouve perda de graus de liberdade, pois em determinados pontos o manipulador deixa de atuar num espaço tridimensional passando a atuar num espaço bidimensional.

4.6 Refinamento da Geometria do Modelo

Na Secção anterior verificou-se que existe uma zona do espaço de trabalho do manipulador para o qual este é singular, isto é, existe perda de graus de liberdade, sendo que nessa zona fica impossibilitado de se mover ou realizar esforço em determinadas direções.

Por outro lado, a superfície em que o manipulador se apresenta singular, apresentada na Figura 4.9, é definida para uma dada geometria do manipulador, geometria esta especificada no Código em MatLab 4.5. O objetivo desta secção será então modificar a geometria inicial por forma a que deixem de existir posições singulares dentro do espaço de trabalho anatómico.

Para isso, foi efetuada uma alteração ao espaço de trabalho anatómico, no sentido de facilitar a busca por uma geometria sem singularidades. Considera-se que a amplitude de hiperextensão do ombro θ de 110° é excessiva, uma vez que só é atingível passivamente e não ativamente, foi portanto reduzido este valor para 50° , nas simulações efetuadas ao longo desta secção.

Na Figura 4.10 representa-se o sinal do determinante do Jacobiano inverso no novo espaço de trabalho.

Para descobrir uma geometria livre de singularidades, foi selecionado um conjunto finito de pontos \mathbf{S} do espaço de trabalho representado na Figura 4.10. Este conjunto \mathbf{S} é constituído por um conjunto de vetores constituídos por α , β , e θ . Para cada vetor do conjunto, é analisado o sinal do determinante do Jacobiano inverso. Foi então definida uma medida do sinal dos diferentes vetores de \mathbf{S} , que não é mais que o somatório dos vários sinais, sendo que um sinal positivo é representado por um 1, e um sinal negativo por um -1, isto é, caso metade dos vetores de \mathbf{S} se encontrarem numa zona onde o determinante é negativo e a outra metade numa zona onde o determinante do Jacobiano inverso é positivo, então esta medida será nula. Esta medida definida \underline{s} encontrará o seu máximo quando todos os vetores selecionados se encontrarem numa zona onde o determinante do Jacobiano inverso tem o mesmo sinal, e isso significará que no espaço de trabalho não existe variação do sinal do determinante, logo não existem singularidades, caso a seleção desses pontos seja suficientemente representativa do espaço de trabalho. No caso particular em estudo tentar-se-á maximizar esta medida \underline{s} , sendo que esta será necessariamente positiva, o que significa que se está à procura de um espaço de trabalho em que o determinante do Jacobiano inverso é sempre positivo.

Caso a medida \underline{s} seja igual em vários pontos do mesmo espaço, o segundo critério de decisão será a maximização do somatório do determinante para o conjunto de configurações dadas pelo conjunto de vetores \mathbf{S} .

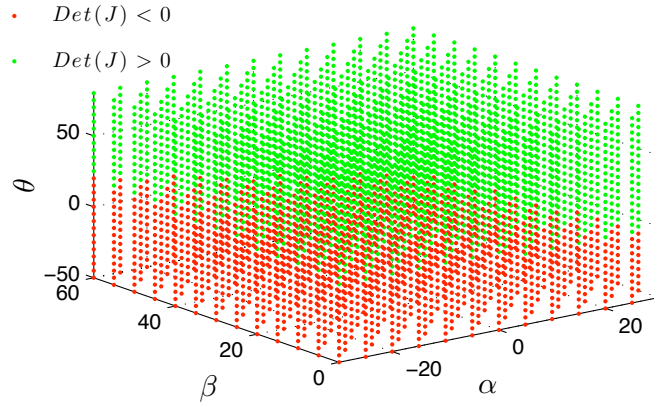


Figura 4.10: Sinal do determinante do Jacobiano inverso para o modelo com geometria inicial.

O processo de otimização constará na variação da inserção de um dos cilindros no espaço de trabalho ao longo de uma grelha definida previamente. Deste varrimento pelas varias posições resultará um gráfico semelhante ao da Figura 4.13 em que a gradação de cores representa p valor de s para os diferentes pontos de inserção do cilindro 1, sendo que a cor vermelha corresponde a um valor elevado, e o azul a um valor reduzido. Deste conjunto de coordenadas é então escolhida a coordenada que melhor corresponde aos critérios de seleção definidos acima. De seguida é mantida esta coordenada, e é realizado o mesmo processo para outra inserção de outro cilindro. Desta forma, vão sendo percorridas as diferentes inserções até o método convergir.

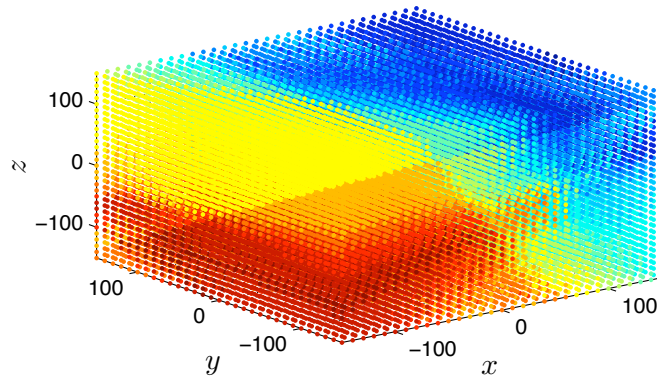


Figura 4.11: Gradação de cores medindo a melhor localização do espaço operacional para inserção do cilindro 1.

Apesar de se ter verificado que o processo descrito acima convergia em grande parte das simulações, para a configuração que será apresentada apenas se esperou até o primeiro critério ser satisfeito, isto é, até o sinal de todos os pontos de teste \mathbf{S} ser positivo, como se pode verificar pela Figura 4.12.

É então possível para um espaço de trabalho mais reduzido, obter uma geometria

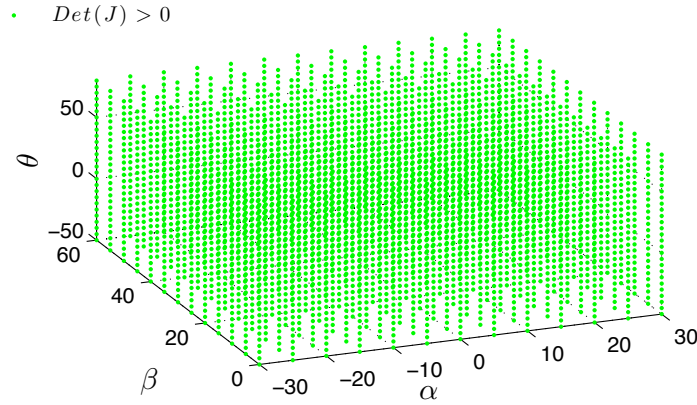


Figura 4.12: Sinal do determinante do Jacobiano inverso para o modelo com geometria final.

para a qual não existam pontos singulares. É preciso agora analisar se essa geometria é fisicamente ou construtivamente realizável.

Na Figura 4.13 estão então representadas esquematicamente a geometria inicial, e a geometria obtida após a aplicação do algoritmo explicado acima. Como se pode verificar, o resultado obtido além de não ser muito inteligível, é bastante distorcido geometricamente, o que poderá levar a forças muito elevadas, e até à colisão entre os cilindros.

Além disso a solução encontrada nem se aplica ao espaço de trabalho total definido inicialmente, para o qual o algoritmo converge, mas não numa geometria livre de singularidades. Conclui-se assim que deverá encontrar-se outra forma de lidar com as singularidades. As duas formas de evitar as singularidades para além de alterar a geometria do modelo serão simplesmente evitar determinadas zonas do espaço de trabalho ou adicionar um quarto cilindro, tornando o manipulador redundante e utilizando a redundância para evitar as singularidades.

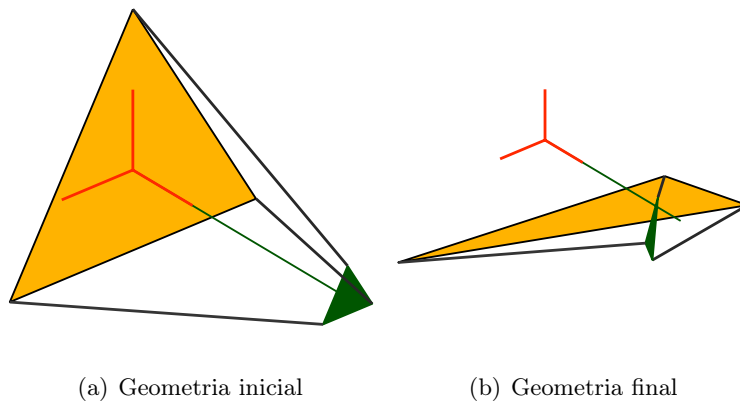


Figura 4.13: Representação da geometria inicial e final do modelo do ombro.

Capítulo 5

Modelação Cinemática do Membro Superior

Deduz-se a cinemática direta e o Jacobiano para dois manipuladores série com 4 e 7 graus de liberdade, utilizando para isso a convenção de Denavit-Hartenberg. Definem-se os conceitos de manipulabilidade e espaço nulo para manipuladores redundantes. Apresentam-se um método exato e aproximado de resolução de redundâncias, para os quais se deduzem alguns algoritmos para a realização de tarefas adicionais.

5.1 Introdução

No capítulo anterior foi estudada uma solução paralela de forma a adicionar três graus de liberdade aos já habitualmente representados num braço humanoide. No entanto, da adição de graus de liberdade a um manipulador advém uma acrescida complexidade, que se prende com o fato de tornar o manipulador redundante. Um manipulador é redundante quando possui mais graus de liberdade que os necessários para estabelecer uma posição e orientação arbitrárias do último elo, dentro do seu espaço de trabalho [21]. Podem-se ainda considerar manipuladores hiper-redundantes, aqueles que têm um grande número de graus de liberdade redundantes [51].

Mais à frente, no próximo capítulo, será então estudado o benefício da introdução de três graus de liberdade. Para isso, será aqui considerado como modelo original um braço robótico com 4 graus de liberdade, constituído pelo braço e ante-braço, com uma junta esférica, representando a articulação gleno-umeral, e uma junta de revolução ligando o ante-braço ao braço, representando o complexo articular do cotovelo. Um segundo modelo contemplará os graus de liberdade do modelo original mais os graus de liberdade estudados no capítulo anterior. No entanto, por uma questão de simplificação dos cálculos, não será considerado o mecanismo paralelo, uma vez que cinematicamente este é equivalente ao mecanismo série, isto é, são ambos capazes de efetuar os mesmos movimentos com as mesmas velocidades, e porque os limites de junta que vêm do estudo da biomecânica, são dados em relação às rotações e não aos comprimentos máximos e mínimos dos cilindros utilizados no mecanismo paralelo.

Neste capítulo serão abordadas algumas metodologias para a obtenção das configurações de junta para uma dada posição da extremidade segundo um dado critério, como

por exemplo, evitar os limites de junta ou um dado obstáculo. Aqui apenas será considerada a posição tridimensional do último elo ou extremidade. A sua orientação não será tida em conta; assim sendo, neste caso particular é considerado manipulador redundante qualquer manipulador com mais de três graus de liberdade.

Assim sendo, na seguinte secção são definidos alguns parâmetros cinemáticos de acordo com a metodologia de Denavit-Hartenberg.

5.2 Parâmetros Cinemáticos Denavit-Hartenberg

Para o estudo dos manipuladores foi desenvolvida por Denavit e Hartenberg (1955) uma convenção que facilita grandemente a obtenção da matriz de transformação do referencial local do último elo, no referencial global. Não será aqui detalhada a convenção de Denavit-Hartenberg, pois não enriqueceria o texto e, além disso poderão ser facilmente encontradas em livros de referência de robótica [36].

No entanto, numa breve descrição, a convenção de Denavit-Hartenberg consiste em atribuir os referenciais locais de cada elo de forma a que o eixo z coincida com o eixo de rotação (no caso de juntas rotacionais), e que o eixo x seja colocado numa direção tal que seja perpendicular aos eixos z desse elo e do anterior. Após a colocação correta dos diversos referenciais locais, são obtidos, por exemplo em forma de tabela, um conjunto de 4 parâmetros cinemáticos para cada elo $L_i, \alpha_i, d_i, \theta_i$, que de uma forma grosseira podem ser descritos como: a distância e o ângulo entre o eixo z do elo i e o eixo z do elo anterior, usando como referência o eixo x do elo i (L_i e α_i , respetivamente); e a distância e o ângulo entre eixo x do elo i e o eixo x do elo anterior, usando como referência o eixo z do elo anterior (d_i e θ_i , respetivamente).

Após a obtenção dos parâmetros para todos os elos, estes são substituídos numa matriz de transformação conforme a Expressão 5.1. Para a obtenção da matriz de transformação total, isto é, transformação das coordenadas dos pontos no referencial do último elo N para o referencial inicial 0, basta pós-multiplicar as diversas matrizes de transformação, como é feito na Expressão 5.2.

$$\begin{aligned}
 {}^{i-1}\mathbf{A}_i &= Rot(z, \theta_i) \cdot Trans(z, d_i) \cdot Trans(x, L_i) \cdot Rot(x, \alpha_i) \\
 &= \begin{bmatrix} \cos(\theta_i) & -\sin(\theta_i) & 0 & 0 \\ \sin(\theta_i) & \cos(\theta_i) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & L_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha_i) & -\sin(\alpha_i) & 0 \\ 0 & \sin(\alpha_i) & \cos(\alpha_i) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.1) \\
 &= \begin{bmatrix} \cos(\theta_i) & -\sin(\theta_i) \cdot \cos(\alpha_i) & \sin(\theta_i) \cdot \sin(\alpha_i) & L_i \cdot \cos(\theta_i) \\ \sin(\theta_i) & \cos(\theta_i) \cdot \cos(\alpha_i) & -\cos(\theta_i) \cdot \sin(\alpha_i) & L_i \cdot \sin(\theta_i) \\ 0 & \sin(\alpha_i) & \cos(\alpha_i) & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

$${}^0\mathbf{T}_N = {}^0\mathbf{A}_1 \cdot {}^1\mathbf{A}_2 \dots {}^{i-1}\mathbf{A}_i \dots {}^{N-1}\mathbf{A}_N \quad (5.2)$$

Nas seguintes sub-seções serão apresentados os esquemas com os sistemas de coordenadas locais para os braços com 4 e 7 graus de liberdade, serão também apresentadas tabelas com os parâmetros cinemáticos descritos anteriormente.

5.2.1 Parâmetros do braço com 4 graus de liberdade

Na Figura 5.1 encontra-se um esquema com os referenciais locais dos vários elos para o braço com 4 graus de liberdade. Foi considerado um referencial adicional de referência cujo eixo z coincide com o eixo anatômico longitudinal, e o eixo x tem a mesma direção do eixo antero-posterior. A interseção dos eixos z_0 , z_1 , e z_2 representa a junta correspondente à articulação gleno-umeral. Na Tabela 5.1 encontram-se os parâmetros cinemáticos de acordo com o esquema da Figura 5.1.

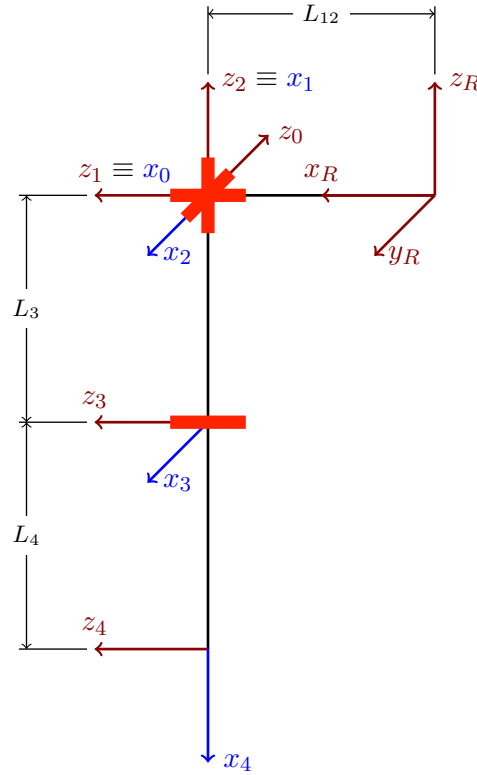


Figura 5.1: Esquema com os sistemas de coordenadas do braço com 4 graus de liberdade.

Tabela 5.1: Parâmetros cinemáticos Denavit-Hartenberg para o braço com 4 graus de liberdade.

i	L_i	α_i	d_i	θ_i
1	0	90°	0	$90^\circ + \theta_1$
2	0	-90°	0	$-90^\circ + \theta_2$
3	0	-90°	$-L_3$	$0^\circ + \theta_3$
4	L_4	0°	0	$-90^\circ + \theta_4$

5.2.2 Parâmetros do braço com 7 graus de liberdade

Na Figura 5.2 encontra-se um esquema com os referenciais locais dos vários elos para o braço com 7 graus de liberdade. Na Tabela 5.2 encontram-se os parâmetros cinemáticos de acordo com o esquema da Figura 5.2.

Como se pode observar na Figura 5.2, é adicionada uma junta esférica, representada aqui como a interseção dos eixos z_0 , z_1 , e z_2 , antes da junta esférica que representa a articulação gleno-umeral.

Sendo que a distância da junta gleno-umeral ao centro do corpo se mantém igual nos dois modelos, tem-se então que $L_{12} = L_1 + L_2$.

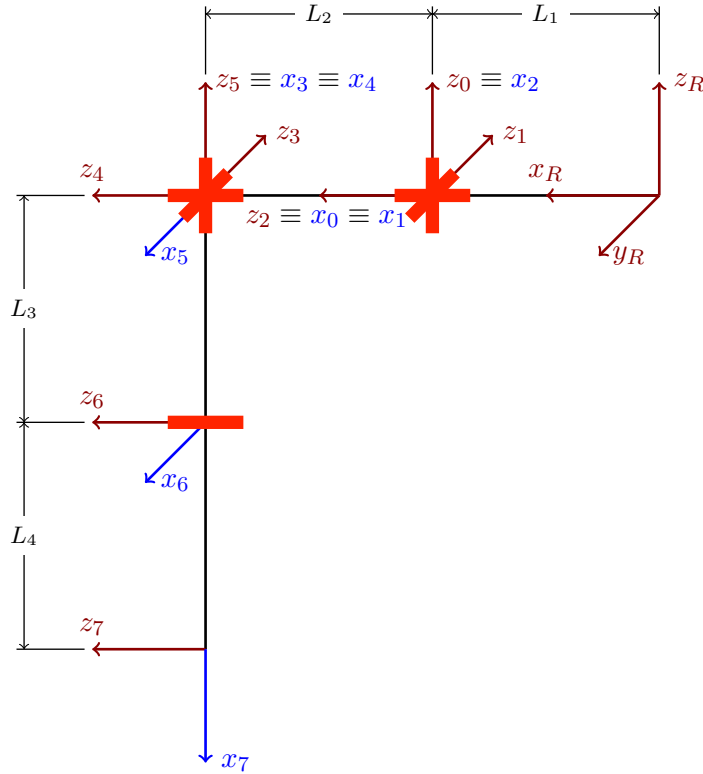


Figura 5.2: Esquema com os sistemas de coordenadas do braço com 7 graus de liberdade.

Tabela 5.2: Parâmetros cinemáticos Denavit-Hartenberg para o braço com 7 graus de liberdade.

i	L_i	α_i	d_i	θ_i
1	0	90°	0	$0^\circ + \theta_1$
2	0	90°	0	$90^\circ + \theta_2$
3	0	-90°	L_2	$0^\circ + \theta_3$
4	0	90°	0	$0^\circ + \theta_4$
5	0	-90°	0	$-90^\circ + \theta_5$
6	0	90°	$-L_3$	$0^\circ + \theta_6$
7	L_4	0°	0	$-90^\circ + \theta_7$

5.3 Cálculo da Cinemática Direta

Uma vez que apenas se vão considerar as coordenadas da extremidade e não a sua orientação, a obtenção da cinemática direta resume-se à obtenção da última coluna da matriz de transformação total. Atenção que a matriz transformação obtida através da Expressão 5.2 não é em relação ao referencial de referência, para isso é necessário considerar uma transformação inicial como se pode ver na Expressão 5.3, que no caso do braço com 4 graus de liberdade é dada pela Expressão 5.4 e no caso do braço com 7 graus de liberdade é dada por 5.5.

$${}^R T_N = T_{init} \cdot {}^0 T_N \quad (5.3)$$

$$T_{init} = Trans(x, L_{12}) \cdot Rot(x, 90^\circ) \quad (5.4)$$

$$T_{init} = Trans(x, L_1) \quad (5.5)$$

Desta forma, no Código de MatLab 5.1 encontra-se implementada uma função que devolve as coordenadas da extremidade em função da Tabela de Denavit e dos diversos ângulos de junta. Esta função só tem em conta juntas rotacionais e não juntas prismáticas, no entanto pode ser aplicada para um manipulador com N elos.

Código em MatLab 5.1: Função com a cinemática direta para um manipulador série.

```

1 function x = dirkin(DH,Ti,q)
2 % x = dirkin(DH,q)
3 % Outputs-----
4 % x - vetor com as coordenadas no espaço operacional (3x1).
5 % Inputs-----
6 % DH - matriz Denavit (Nelox4);
7 % Ti - transformação inicial;
8 % q - vetor com os ângulos das juntas em radianos (Nelox1).
9 % Programa-----
10 Nelos = size(DH,1); TT = Ti;
11 for i=1:Nelos; l = DH(i,:); t = q(i); TT = TT*T(l,t); end; x = TT(1:3,4);
12 end

```

Já a matriz de transformação de cada elo, isto é, a matriz de transformação referente a cada linha da Tabela de parâmetros cinemáticos de Denavit, pode ser calculada com a função do pedaço de Código de MatLab 5.2.

Código em MatLab 5.2: Função que devolve a matriz de transformação para uma dada linha da Tabela de Denavit.

```

1 function T = T(LDH,tt)
2 % T = T(LDH,t)
3 % Outputs-----
4 % T - matriz de transformação (4x4) para uma dada linha da Tabela de Denavit.
5 % Inputs-----
6 % LDH - linha da matriz de Denavit;
7 % tt - ângulo de rotação em radianos.
8 % Programa-----
9 L = LDH(1); a = LDH(2); d = LDH(3); t = LDH(4) + tt;
10 T = [cos(t) -cos(a)*sin(t) sin(a)*sin(t) cos(t)*L; sin(t) cos(a)*cos(t)...
11      -sin(a)*cos(t) sin(t)*L; 0 sin(a) cos(a) d; 0 0 0 1];
12 end

```

5.4 Cálculo do Jacobiano

Na Secção 4.3 foi explicado o significado do Jacobiano de um manipulador. Assim, sendo no caso de um manipulador com N juntas rotacionais e nenhuma junta prismática, em que no espaço operacional apenas são consideradas as coordenadas da extremidade do manipulador, o Jacobiano do manipulador advém da seguinte expressão

$$\begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \theta_1} & \frac{\partial x}{\partial \theta_i} & \frac{\partial x}{\partial \theta_N} \\ \frac{\partial y}{\partial \theta_1} & \dots & \frac{\partial y}{\partial \theta_i} & \dots & \frac{\partial y}{\partial \theta_N} \\ \frac{\partial z}{\partial \theta_1} & \frac{\partial z}{\partial \theta_i} & \frac{\partial z}{\partial \theta_N} \end{bmatrix}}_{\mathbf{J}} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \theta_1 \\ \vdots \\ \Delta \theta_i \\ \vdots \\ \Delta \theta_N \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

Representando as coordenadas da extremidade pela variável \mathbf{P} , em que

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} = {}^R\mathbf{T}_N \cdot \mathbf{p} = {}^R\mathbf{T}_N \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

obtem-se que o jacobiano \mathbf{J} é dado pela seguinte expressão

$$\mathbf{J} = \left[\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \theta_1} \quad \dots \quad \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \theta_i} \quad \dots \quad \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \theta_N} \right]_1 \quad (5.8)$$

em que a derivada do ponto \mathbf{P} é dada por

$$\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \theta_i} = \frac{\partial}{\partial \theta_i} ({}^R\mathbf{T}_N \cdot \mathbf{p}) = \frac{\partial ({}^R\mathbf{T}_N)}{\partial \theta_i} \cdot \mathbf{p} \quad (5.9)$$

e a derivada da matriz de transformação ${}^R\mathbf{T}_N$ em relação a θ_i é obtida através da Expressão 5.10, em que só a matriz de transformação do elo i é que é derivada em relação a θ_i , pois as outras matrizes funcionam como constantes relativamente a esta variável.

$$\frac{\partial ({}^R\mathbf{T}_N)}{\partial \theta_i} = \mathbf{T}_{init} \cdot {}^0\mathbf{A}_1 \cdot {}^1\mathbf{A}_2 \cdot \dots \underbrace{\frac{\partial ({}^{i-1}\mathbf{A}_i)}{\partial \theta_i}}_{D\mathbf{A}_i} \cdot \dots {}^{N-1}\mathbf{A}_N \quad (5.10)$$

Desta forma, é agora possível implementar uma função em MatLab que calcule o Jacobiano de um manipulador série conforme exposto no Código em MatLab 5.3. Note-se que à semelhança da função que calcula a cinemática direta do manipulador série, a função exposta em 5.3 também calcula o jacobiano para manipuladores série com N elos, em que as juntas são todas rotacionais.

¹Em rigor esta expressão não é exatamente igual ao Jacobiano pois como se estão a utilizar coordenadas homogêneas, é aqui acrescentada uma linha de zeros no final da matriz. No entanto, para efeitos de formalismo não se irá considerar esse fato.

Código em MatLab 5.3: Função que devolve o Jacobiano de um manipulador série.

```

1 function J = jacobino(DH,Ti,q)
2 % J = jacobino(DH,T)
3 % Outputs-----
4 % J - matriz jacobiana do modelo (3xNelos).
5 % Inputs-----
6 % DH - matriz Denavit (Nelosx4);
7 % Ti - transformação inicial;
8 % q - vetor com os angulos das juntas em radianos (Nelosx1).
9 % Programa-----
10 Nelos = size(DH,1); TT = repmat(Ti,[1 1 Nelos]);
11 for i=1:Nelos % percorrer as diferentes matrizes de rotação
12     l = DH(i,:); t = q(i); tt = T(l,t); dt = DT(l,t);
13     for i2=1:Nelos % percorrer as diferentes colunas do Jacobiano
14         if i==i2; tt2 = dt; else tt2 = tt; end; TT(:, :, i2) = TT(:, :, i2)*tt2;
15     end
16 end
17 J = zeros(3,Nelos); for i=1:Nelos; J(:,i) = TT(1:3,4,i); end
18 end

```

A derivada da matriz de transformação do elo i , designada na Expressão 5.10 por DA_i é calculada utilizando a função contida no pedaço de Código de MatLab 5.4, esta matriz não é mais que a derivação da Expressão 5.1 em ordem a θ_i , e cujo resultado é o seguinte

$$\frac{\partial({}^{i-1}A_i)}{\partial\theta_i} = \begin{bmatrix} -\sin(\theta_i) & -\cos(\theta_i) \cdot \cos(\alpha_i) & \cos(\theta_i) \cdot \sin(\alpha_i) & -L_i \cdot \sin(\theta_i) \\ \cos(\theta_i) & -\sin(\theta_i) \cdot \cos(\alpha_i) & \sin(\theta_i) \cdot \sin(\alpha_i) & L_i \cdot \cos(\theta_i) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.11)$$

Código em MatLab 5.4: Função que devolve a derivada da matriz de transformação para uma dada linha da Tabela de Denavit.

```

1 function T = DT(LDH,tt)
2 % T = DT(LDH,tt)
3 % Outputs-----
4 % T - matriz de transformação (4x4) para uma dada linha de Denavit.
5 % Inputs-----
6 % LDH - linha da matriz de Denavit;
7 % tt - ângulo de rotação em radianos.
8 % Programa-----
9 L = LDH(1); a = LDH(2); t = LDH(4) + tt;
10 T = [-sin(t) -cos(a)*cos(t) sin(a)*cos(t) -sin(t)*L; cos(t) -cos(a)*sin(t)...
11     sin(a)*sin(t) cos(t)*L; 0 0 0 0; 0 0 0 0];
12 end

```

5.5 Conceito de Manipulabilidade

Nesta secção serão introduzidos os conceitos de elipsoide de manipulabilidade e medida de manipulabilidade cinemática, conceitos estes bastante relevantes no estudo da cinemática de um manipulador.

Desta forma, considere-se o conjunto de todas as velocidades da extremidade $\dot{\mathbf{x}}$ que são geradas por um conjunto de velocidades de junta $\dot{\mathbf{q}}$, de tal forma que a sua norma euclideana (Equação 5.12) satisfaz a condição $\|\dot{\mathbf{q}}\| \leq 1$.

$$\|\dot{\mathbf{q}}\| = \sqrt{\dot{\theta}_1^2 + \dot{\theta}_2^2 + \dots + \dot{\theta}_n^2} \quad (5.12)$$

O conjunto de velocidades descritos anteriormente corresponde a uma elipsoide no espaço euclidiano com dimensão m , sendo m o número de variáveis consideradas no espaço operacional do manipulador. Nos exemplos que se tem vindo a estudar ao longo deste capítulo, apenas se tem considerado as posições da extremidade no espaço tridimensional, pelo que $m = 3$. Desta forma, este elipsoide pode ser representado tridimensionalmente como se pode verificar na Figura 5.3.

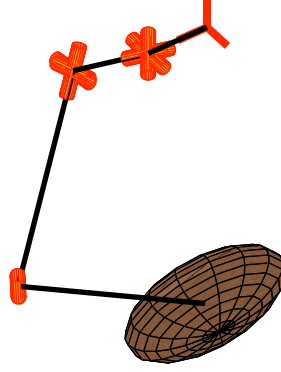


Figura 5.3: Elipsoide de manipulabilidade.

Fisicamente, este elipsoide traduz a facilidade com que o manipulador se pode movimentar em determinadas direções, isto é, a direção do maior eixo do elipsoide corresponde à direção que a extremidade se pode deslocar com maior velocidade (para o mesmo $\|\dot{\mathbf{q}}\|$). Por outro lado, a direção do menor eixo do elipsoide corresponde à direção em que a extremidade se pode deslocar com menor velocidade. Se o elipsoide degenerar numa esfera, significa que a extremidade se pode deslocar em todas as direções com a mesma velocidade máxima. Também, quanto maior o elipsoide, maiores as velocidades que a extremidade é capaz de alcançar. Desta forma, este é designado por elipsoide de manipulabilidade, uma vez que representa a facilidade de manipulação [57].

É então possível obter os principais eixos do elipsoide de manipulabilidade por intermédio da decomposição em valores singulares da matriz \mathbf{J} .

$$\mathbf{J} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^T \quad (5.13)$$

onde \mathbf{U} contém os vetores diretores dos eixos principais do elipsoide e $\mathbf{\Sigma}$ contém os valores singulares de \mathbf{J} , a cada valor singular corresponde uma dada direção do elipsoide, sendo que estes refletem a dimensão desse eixo.

Uma das medidas mais utilizadas para averiguar a facilidade de manipulação é proporcional ao volume do elipsoide de manipulabilidade. Representada por w é designada como medida de manipulabilidade para uma dada configuração \mathbf{q} , e é dada pela seguinte expressão [57]

$$w = \sqrt{\det(\mathbf{J}(\mathbf{q}) \cdot \mathbf{J}^T(\mathbf{q}))} \quad (5.14)$$

O elipsoide e a medida de manipulabilidade foram obtidos através do Jacobiano do manipulador, mas como se encontra largamente difundido na bibliografia ([57] e [36]), o Jacobiano transposto relaciona também a força exercida \mathbf{f} pela ou na extremidade, e os momentos sentidos nas juntas eixos rotativos $\boldsymbol{\tau}$ necessários para suportar essa mesma força, como se pode ver pela Expressão

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{J}^T(\mathbf{q}) \cdot \mathbf{f} \quad (5.15)$$

Desta forma, também é possível obter um elipsoide para a força, que definirá a capacidade do manipulador realizar mais ou menos força em determinadas direções e com determinadas configurações. Para isso basta utilizar o Jacobiano transposto na expressões 5.13 e 5.14 em vez do Jacobiano.

Em termos das características deste novo elipsoide, este vai ter um volume inversamente proporcional à medida de manipulabilidade estudada anteriormente. A dimensão dos eixos é também inversamente proporcional aos eixos do elipsoide de manipulabilidade. Assim, a direção para a qual é gerada uma maior força correspondente à direção para a qual a manipulabilidade é inferior, e vice-versa [57].

5.6 Manipuladores Redundantes - O Espaço Nulo

A velocidade linear da extremidade de um manipulador pode ser relacionada com a velocidade angular das juntas através da seguinte expressão

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{J}(\mathbf{q}) \cdot \dot{\mathbf{q}} \quad (5.16)$$

em que $\dot{\mathbf{x}}$ representa a velocidade da extremidade, $\dot{\mathbf{q}}$ contém as velocidades das diferentes juntas, e $\mathbf{J}(\mathbf{q})$ é o Jacobiano do manipulador.

Do ponto de vista matemático a Equação 5.16 tem uma interpretação interessante. O conjunto de todas as velocidades de junta admissíveis $\dot{\mathbf{q}}$ formam um espaço matemático com dimensão $N \times 1$ que é um subespaço de \mathbb{R}^N . Também o conjunto de todas as velocidades da extremidade admissíveis $\dot{\mathbf{x}}$ formam um espaço matemático com dimensão $m \times 1$ que é um subespaço de \mathbb{R}^m . Assim, a matriz Jacobiana $\mathbf{J}(\mathbf{q})$ pode ser interpretada como uma transformação linear de um espaço vetorial \mathbb{R}^N para um espaço vetorial \mathbb{R}^m [22].

Da mesma forma que qualquer outra transformação linear, o espaço dos vetores \mathbb{R}^N do Jacobiano tem associado um subespaço muito importante. O espaço nulo do Jacobiano, é o subespaço dos vetores \mathbb{R}^N do Jacobiano cujo resultado da transformação é um vetor nulo no espaço \mathbb{R}^m . Fisicamente, isto significa que existem velocidades de junta que não geram qualquer velocidade da extremidade do manipulador [22]. O espaço nulo do Jacobiano denota-se por $\mathfrak{N}(\mathbf{J})$ e é matematicamente definido por

$$\mathfrak{N}(\mathbf{J}) = \{\dot{\mathbf{q}} \in \mathbb{R}^N \mid \mathbf{J} \cdot \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{0}\} \quad (5.17)$$

A um manipulador redundante está matematicamente subjacente a existência de um espaço nulo do Jacobiano como definido em 5.17 [22]. Fisicamente, implica que as velocidades $\dot{\mathbf{q}}_{\mathfrak{N}}$ escolhidas do espaço nulo $\mathfrak{N}(\mathbf{J})$ não geram qualquer velocidade $\dot{\mathbf{x}}$ da extremidade, ou seja,

$$\mathbf{J} \cdot \dot{\mathbf{q}}_{\mathbf{s}} = \mathbf{0} \quad (5.18)$$

No entanto, apesar das velocidades $\dot{\mathbf{q}}_{\mathbf{s}}$ não gerarem movimento na extremidade, estas geram movimentos das juntas. Desta forma, estas velocidades podem ser usadas para obedecer a um conjunto de outros critérios, tais como evitar os limites de junta e obstáculos.

5.7 Resolução da Redundância - Método Exato

A resolução de redundâncias para um manipulador redundante é algo que não é trivial, uma vez que existem mais variáveis de junta desconhecidas do que equações. Desta forma, existem inúmeros métodos de resolução das redundâncias ao nível da velocidade. Os métodos matemáticos de resolução podem ser divididos em duas categorias: os métodos exatos e os métodos aproximados [22]. Nesta secção será abordado um dos métodos exatos mais conhecidos, que é o método da pseudo-inversa.

5.7.1 Pseudo-inversa

Pretende-se aqui encontrar uma solução para obter as velocidades das juntas em função da velocidade da extremidade do manipulador, isto é, pretende-se inverter a Equação 5.16. No entanto, como o Jacobiano é uma matriz $m \times N$, este não é invertível. Assim um dos métodos para obter uma solução exata é calcular a pseudo-inversa da matriz Jacobiana \mathbf{J} , denotada por \mathbf{J}^\dagger . Obtém-se então que,

$$\dot{\mathbf{q}}_{init} = \mathbf{J}^\dagger \dot{\mathbf{x}} \quad (5.19)$$

em que o índice *init* indica se tratar de uma solução inicial da Equação 5.16.

Esta solução exata corresponde à solução que minimiza a norma euclidiana do vetor das velocidades de junta (Equação 5.12). À semelhança do que é feito com o Jacobiano na Equação 5.13, a pseudo-inversa do Jacobiano pode ser escrita como

$$\mathbf{J}^\dagger = \mathbf{V} \mathbf{\Sigma}^* \mathbf{U}^T \quad (5.20)$$

onde $\mathbf{\Sigma}$, \mathbf{V} e \mathbf{U} obtêm-se através da decomposição em valores singulares do Jacobiano \mathbf{J} . $\mathbf{\Sigma}^*$ é a transposta de $\mathbf{\Sigma}$ com os valores não-nulos invertidos.

Se a matriz \mathbf{J} tem característica igual a m , isto é, igual ao número de linhas, então a sua pseudo-inversa pode ser calculada por

$$\mathbf{J}^\dagger = \mathbf{J}^T (\mathbf{J} \mathbf{J}^T)^{-1} \quad (5.21)$$

A solução obtida pela Equação (5.19) é no entanto apenas uma solução inicial, esta não explora o espaço nulo da matriz Jacobiana. A esta solução pode ser adicionada um vetor de velocidades $\dot{\mathbf{q}}_{\mathbf{s}}$ pertencente ao espaço nulo do Jacobiano \mathbf{J} .

$$\dot{\mathbf{q}} = \dot{\mathbf{q}}_{init} + \dot{\mathbf{q}}_{\mathbf{s}} \quad (5.22)$$

onde o termo $\dot{\mathbf{q}}_{\mathbf{s}}$ é dado por

$$\dot{\mathbf{q}}_{\mathbf{s}} = (\mathbf{I} - \mathbf{J}^\dagger \mathbf{J}) \boldsymbol{\nu} \quad (5.23)$$

onde $\boldsymbol{\nu}$ é um vetor arbitrário com dimensão n , que poderá ser escolhido sagazmente de forma a realizar tarefas adicionais desejadas.

Para atingir estas tarefas adicionais, pode-se definir uma função custo $\Phi(\mathbf{q})$, cujo valor ótimo garanta a tarefa adicional pretendida [22]. Assim, o vetor arbitrário $\boldsymbol{\nu}$ poderá ser dado por

$$\boldsymbol{\nu} = -\nabla\Phi(\mathbf{q}) \cdot k_{\nu} = -\frac{\partial\Phi}{\partial\mathbf{q}} \cdot k_{\nu} = -\begin{bmatrix} \frac{\partial\Phi}{\partial\theta_1} & \cdots & \frac{\partial\Phi}{\partial\theta_N} \end{bmatrix}^T \cdot k_{\nu} \quad (5.24)$$

onde k_{ν} é escolhido de forma a que $\Phi(\mathbf{q})$ cresça ou decresça o mais rápido possível, dependendo se se está a maximizar ou minimizar a função de custo, mas sem tornar $\dot{\mathbf{q}}$ excessivamente elevado [57].

5.7.2 Limites de junta

Nesta sub-secção será utilizado o resultado expresso em 5.24 de forma a que o manipulador cumpra uma determinada tarefa principal, mas sem ultrapassar os limites de junta.

O objetivo é manter a junta longe dos seus limites, para isso, é definida uma função custo que envolve a diferença entre a posição atual da junta i (θ_i) ao centro θ_{ci} da extensão total da junta $\Delta\theta_i$. Uma forma muito simples de se conciliar as variáveis referidas anteriormente, é através de uma função quadrática [22].

$$\Phi(\mathbf{q}) = \sum_{i=1}^N \left[\frac{\theta_i - \theta_{ci}}{\Delta\theta_i} \right]^2 \quad (5.25)$$

A função de custo (5.25) tende a manter a trajetória das juntas em torno do centro dos seus limites. De modo a facilitar a derivação da Equação (5.25), esta pode ser escrita da seguinte forma

$$\Phi(\mathbf{q}) = \left(\frac{\theta_1 - \theta_{c1}}{\Delta\theta_1} \right)^2 + \cdots + \left(\frac{\theta_i - \theta_{ci}}{\Delta\theta_i} \right)^2 + \cdots + \left(\frac{\theta_N - \theta_{cN}}{\Delta\theta_N} \right)^2 \quad (5.26)$$

Sendo assim, a derivada parcial da função de custo (5.25) em relação à junta i é dada por

$$\frac{\partial\Phi(\mathbf{q})}{\partial\theta_i} = \frac{\partial}{\partial\theta_i} \left(\left(\frac{\theta_i - \theta_{ci}}{\Delta\theta_i} \right)^2 \right) = \frac{2(\theta_i - \theta_{ci})}{\Delta\theta_i^2} \quad (5.27)$$

Incluindo a constante 2 na constante k_{ν} , obtém-se então o seguinte resultado

$$\boldsymbol{\nu} = -\begin{bmatrix} \frac{\theta_1 - \theta_{c1}}{\Delta\theta_1^2} & \cdots & \frac{\theta_i - \theta_{ci}}{\Delta\theta_i^2} & \cdots & \frac{\theta_N - \theta_{cN}}{\Delta\theta_N^2} \end{bmatrix}^T \cdot k_{\nu} \quad (5.28)$$

Para melhor compreensão do algoritmo apresentado, no pedaço de Código em MatLab 5.5 encontra-se a respetiva implementação.

Código em MatLab 5.5: Função que devolve o vetor $\boldsymbol{\nu}$ que responde o critério dos limites de junta.

```

1 function v = v_limjunta(q,qlim,kv)
2 % v = v_limjunta(q,qlim,kv)
3 % Outputs-----
4 % v - vetor para a realização de trefas adicionais (Dofx1).
5 % Inputs-----
6 % q - vetor com os ângulos das juntas atuais em radianos (Dofx1);
7 % qlim - matriz com os limites de junta em radianos (Dofx2).
8 % kv - constante.
9 % Programa-----
10 dof = size(q,1); v = zeros(dof,1);
11 for i=1:dof
12     qi=q(i); qmin=qlim(i,1); qmax=qlim(i,2); qc=(qmax+qmin)/2; dq = (qmax-qmin);
13     v(i) = -(kv*(qi-qc))/(dq^2);
14 end; end

```

5.7.3 Maximização da manipulabilidade

À semelhança do que se fez na sub-secção anterior, nesta sub-secção tentar-se-á arranjar um vetor \mathbf{v} apropriado para uma tarefa secundária. A tarefa secundária desta vez será a maximização da manipulabilidade, isto é, pretende-se que o manipulador adote determinadas configurações correspondentes ao maior volume do elipsoide de manipulabilidade.

Desta forma, a equação custo escolhida é igual à medida de manipulabilidade (Expressão (5.14)).

$$\Phi(\mathbf{q}) = \sqrt{\det(\mathbf{J}\mathbf{J}^T)} \quad (5.29)$$

Na Expressão (5.30) encontram-se todas as etapas seguidas até a obtenção da derivada em relação a θ_i da função de custo definida em (5.29). No processo de derivação, a certa altura é necessário derivar um determinante, de onde advém a função traço de uma matriz representada por $Tr()$ [25]. O traço de uma matriz quadrada consiste no somatório dos seus elementos da diagonal.

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \Phi(\mathbf{q})}{\partial \theta_i} &= \frac{\frac{\partial \det(\mathbf{J}\mathbf{J}^T)}{\partial \theta_i}}{2 \cdot \sqrt{\det(\mathbf{J}\mathbf{J}^T)}} \\
 &= \frac{1}{2\Phi(\mathbf{q})} \cdot \frac{\partial(\det(\mathbf{J}\mathbf{J}^T))}{\partial \theta_i} \\
 &= \frac{1}{2\Phi(\mathbf{q})} \cdot \det(\mathbf{J}\mathbf{J}^T) \cdot Tr\left((\mathbf{J}\mathbf{J}^T)^{-1} \cdot \frac{\partial(\mathbf{J}\mathbf{J}^T)}{\partial \theta_i}\right) \\
 &= \frac{\Phi(\mathbf{q})}{2} \cdot Tr\left((\mathbf{J}\mathbf{J}^T)^{-1} \cdot \frac{\partial(\mathbf{J}\mathbf{J}^T)}{\partial \theta_i}\right) \\
 &= \frac{\Phi(\mathbf{q})}{2} \cdot Tr\left((\mathbf{J}\mathbf{J}^T)^{-1} \cdot \left(\frac{\partial \mathbf{J}}{\partial \theta_i} \cdot \mathbf{J}^T + \mathbf{J} \cdot \frac{\partial \mathbf{J}^T}{\partial \theta_i}\right)\right)
 \end{aligned} \quad (5.30)$$

Da Expressão (5.30) conclui-se que a derivada da medida de manipulabilidade depende do Jacobiano e da sua derivada, cálculo esse que ainda não foi aqui apresentado. Substituindo o resultado de (5.9) na Expressão (5.8) obtém-se a seguinte expressão

$$\mathbf{J} = \left[\frac{\partial \mathbf{T}}{\partial \theta_1} \cdot \mathbf{p} \quad \cdots \quad \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial \theta_i} \cdot \mathbf{p} \quad \cdots \quad \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial \theta_N} \cdot \mathbf{p} \right] \quad (5.31)$$

em que se considerou $\mathbf{T} = {}^R\mathbf{T}_N$ de forma a melhorar legibilidade. Derivando-se o Jacobiano da Expressão (5.31) em ordem a θ_i obtém-se então o seguinte resultado

$$\frac{\partial \mathbf{J}}{\partial \theta_i} = \left[\frac{\partial}{\partial \theta_i} \left(\frac{\partial \mathbf{T}}{\partial \theta_1} \right) \cdot \mathbf{p} \quad \cdots \quad \frac{\partial^2 \mathbf{T}}{\partial \theta_i^2} \cdot \mathbf{p} \quad \cdots \quad \frac{\partial}{\partial \theta_i} \left(\frac{\partial \mathbf{T}}{\partial \theta_N} \right) \cdot \mathbf{p} \right] \quad (5.32)$$

A derivada da matriz de transformação em relação a dois ângulos distintos é obtida derivando as matrizes de transformação desses dois elos em relação aos respectivos ângulos, por exemplo, como no seguinte caso

$$\frac{\partial}{\partial \theta_i} \left(\frac{\partial \mathbf{T}}{\partial \theta_1} \right) = \mathbf{T}_{init} \cdot \frac{\partial ({}^0\mathbf{A}_1)}{\partial \theta_1} \cdot ({}^1\mathbf{A}_2) \cdots \frac{\partial ({}^{i-1}\mathbf{A}_i)}{\partial \theta_i} \cdots ({}^{N-1}\mathbf{A}_N) \quad (5.33)$$

A dupla derivada da matriz de transformação em relação a um ângulo genérico θ_i é obtido pela Expressão (5.34).

$$\frac{\partial^2 \mathbf{T}}{\partial \theta_i^2} = \mathbf{T}_{init} \cdot ({}^0\mathbf{A}_1) \cdot ({}^1\mathbf{A}_2) \cdots \frac{\partial^2 ({}^{i-1}\mathbf{A}_i)}{\partial \theta_i^2} \cdots ({}^{N-1}\mathbf{A}_N) \quad (5.34)$$

Por fim, a dupla derivada da matriz (5.1) é dada pela seguinte expressão

$$\frac{\partial^2 ({}^{i-1}\mathbf{A}_i)}{\partial \theta_i^2} = \begin{bmatrix} -\cos(\theta_i) & \sin(\theta_i) \cdot \cos(\alpha_i) & -\sin(\theta_i) \cdot \sin(\alpha_i) & -L_i \cdot \cos(\theta_i) \\ -\sin(\theta_i) & -\cos(\theta_i) \cdot \cos(\alpha_i) & \cos(\theta_i) \cdot \sin(\alpha_i) & -L_i \cdot \sin(\theta_i) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.35)$$

De forma a se obter o pretendido vetor $\boldsymbol{\nu}$ é então necessário substituir o resultado de (5.30) na Expressão (5.24), para todas as juntas do manipulador.

A implementação da derivada do Jacobiano em relação ao ângulo θ_i , Equação (5.31), encontra-se no pedaço de Código de MatLab 5.6. Já a função que devolve o vetor $\boldsymbol{\nu}$ para o critério da maximização da manipulabilidade encontra-se no pedaço de Código em MatLab 5.7.

Código em MatLab 5.6: Função que devolve a derivada do Jacobiano relativamente a θ_i .

```

1 function DJ = Djacobino(DH,Ti,q,ii)
2 % DJ = Djacobino(DH,Ti,q,ii)
3 % Outputs-----
4 % DJ - derivada da matriz jacobiana do modelo em relação ao elo i (3xNelos)
5 % Inputs-----
6 % DH - matriz Denavit (Nelox4);
7 % Ti - transformação inicial;
8 % q - vetor com os angulos das juntas em radianos (Nelox1);
9 % ii - junta em relação à qual o Jacobiano é derivado.
10 % Programa-----
11 Nelos = size(DH,1); TT = repmat(Ti,[1 1 Nelos]);
12 for i=1:Nelos % percorrer as diferentes matrizes de transformação
13     l = DH(i,:); t = q(i); tt = T(l,t); dt = DT(l,t); ddt = DDT(l,t);
14     for i2=1:Nelos % percorrer as diferentes colunas do Jacobiano
15         if i2==ii % situação da segunda derivada
16             if i==i2; tt2 = ddt; else tt2 = tt; end
17         else % situação da derivada dupla
18             if (i==ii) || (i==i2); tt2 = dt; else tt2 = tt; end
19         end
20         TT(:, :, i2) = TT(:, :, i2)*tt2;

```

```

21     end
22 end
23 DJ = zeros(3,Nelos); for i=1:Nelos; DJ(:,i) = TT(1:3,4,i); end; end

```

Código em MatLab 5.7: Função que devolve o vetor ν que responde ao critério da maximização da manipulabilidade.

```

1 function v = v_manipulabilidade(DH,Ti,Q,J,kv)
2 % v = v_manipulabilidade(DH,Ti,Q,J,kv)
3 % Outputs-----
4 % v - vetor com tarefa adicional para o espço nulo (Nelox1).
5 % Inputs-----
6 % DH - matriz Denavit (Nelox4);
7 % Ti - transformação inicial;
8 % Q - vetor com os angulos das juntas em radianos (Nelox1);
9 % J - matriz jacobiana do modelo (3xNelox);
10 % kv - constante.
11 % Programa-----
12 JJ = J*J'; w = sqrt(det(JJ)); InvJJ = (JJ^(-1));
13 Nelos = size(DH,1); v = zeros(Nelos,1);
14 for i=1:Nelos
15     DJi = Djacobino(DH,Ti,Q,i); DJJi = DJi*J'+J*DJI';
16     v(i) = (w/2)*trace(InvJJ*DJJi).*(kv);
17 end; end

```

5.7.4 Maximização da manipulabilidade direcional

Na sub-secção anterior utilizou-se a maximização da manipulabilidade como tarefa secundária. Nesta sub-secção definira-se-á como tarefa secundária a maximização da manipulabilidade direcional, conceito este que será explicado de seguida.

Será então exposto o procedimento de cálculo da manipulabilidade direcional, e ainda será apresentada a dedução da expressão que permite calcular o vetor ν , utilizado para a realização de tarefas adicionais recorrendo ao espaço nulo do Jacobiano.

Definição da manipulabilidade direcional

A manipulabilidade ou medida de manipulabilidade é um conceito, explorado na Secção 5.5, que está relacionado com o volume do elipsoide de manipulabilidade, elipsoide este cujos eixos principais têm a dimensão dos valores singulares do Jacobiano para uma dada configuração.

Visto que a manipulabilidade mede, de certa forma, a facilidade do manipulador se deslocar, pode ser interessante utilizar configurações de junta que a maximizem. No entanto, verifica-se que em determinadas configurações apesar do volume do elipsoide ser muito elevado, a distância entre a extremidade do manipulador e a superfície numa dada direção é reduzida, ou seja, a velocidade máxima que o manipulador pode alcançar nessa direção é reduzida.

Desta forma, define-se aqui um novo índice denominado manipulabilidade direcional. Considera-se então que a manipulabilidade direcional é a distância entre o centro do elipsoide de manipulabilidade à sua superfície, na direção em que o manipulador se encontra a deslocar, sendo que a dimensão dos eixos principais do elipsoide são dados pelos valores singulares do Jacobiano do manipulador. Ou seja, se o manipulador se estiver a deslocar

na direção do vetor próprio do Jacobiano \mathbf{u}_1 , a manipulabilidade direcional será igual ao valor singular correspondente σ_1 .

Cálculo da manipulabilidade direcional

De forma a ilustrar o procedimento de cálculo da manipulabilidade direcional, será utilizado o exemplo da elipse, que por se tratar de uma representação bidimensional facilita a interpretação dos cálculos. Considere-se então a elipse representada na Figura 5.4. Os seus eixos principais encontram-se alinhados com o sistema referencial local $x'y'$, sistema este que se encontra rodado de 45° do sistema referencial global xy .

A equação da elipse no referencial local é dada por (5.36), em que a é o comprimento do eixo principal da elipse segundo x' , e b é o comprimento do eixo principal da elipse segundo y' . No caso particular da elipse da Figura 5.4 tem-se que $a = 1,5$ e $b = 3$.

$$\lambda_1 x' + \lambda_2 y' = \frac{x'^2}{a^2} + \frac{y'^2}{b^2} = 1 \quad (5.36)$$

A Equação (5.36) pode ser representada em formato matricial como em (5.37), ou de forma mais compacta em (5.38).

$$\begin{bmatrix} x' & y' \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{a^2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{b^2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = 1 \quad (5.37)$$

$$\mathbf{x}'^T \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{x}' = 1 \quad (5.38)$$

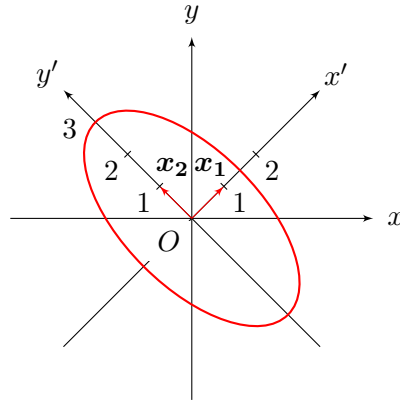


Figura 5.4: Representação de uma elipse.

No entanto, a Equação (5.38) representa a elipse apenas no seu referencial local. Para se obter a equação da elipse no referencial global, é necessário recorrer à Expressão (5.39).

$$\mathbf{x}^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{P}^T \cdot \mathbf{x} = 1 \quad (5.39)$$

em que a matriz \mathbf{A} é uma matriz diagonal, cujos os elementos da diagonal, os valores próprios da matriz $\mathbf{P} \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{P}^T$ se relacionam com os comprimentos dos eixos principais, como se pode ver em (5.40). A matriz \mathbf{P} é a matriz dos vetores próprios correspondentes

à rotação entre os referenciais local e global. Na Expressão (5.41) apresentam-se os valores de \mathbf{P} para o exemplo particular da elipse da Figura 5.4.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{a^2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{b^2} \end{bmatrix} \quad (5.40)$$

$$\mathbf{P} = [\mathbf{x}_1 \quad \mathbf{x}_2] = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad (5.41)$$

A estratégia que será seguida de forma a encontrar a distância entre o centro da elipse e a sua superfície numa dada direção θ , será rodar o referencial global de um ângulo θ , e de seguida através da equação da elipse calcular a interseção do eixo y rodado com a superfície da elipse, ou seja igualar o eixo x rodado a 0. Este procedimento é feito considerando que a direção pretendida é sempre coincidente com o eixo y rodado de um ângulo θ .

Na Expressão (5.42) é mostrada a transformação de rotação referida acima.

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} b_1 & b_2 \\ b_3 & b_4 \end{bmatrix} = \mathbf{R}(\theta)^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{P}^T \cdot \mathbf{R}(\theta) \quad (5.42)$$

em que a matriz de rotação \mathbf{R} é constituída pelos dois vetores diretores do novo referencial rodado.

$$\mathbf{R}(\theta) = [\mathbf{e}_x(\theta) \quad \mathbf{e}_y(\theta)] \quad (5.43)$$

Aplicando a matriz \mathbf{B} na equação matricial de uma elipse, à semelhança do que é feito em (5.39), obtém-se o seguinte resultado

$$[x_R \quad y_R] \cdot \begin{bmatrix} b_1 & b_2 \\ b_3 & b_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_R \\ y_R \end{bmatrix} = 1 \quad (5.44)$$

cujo desenvolvimento resulta na Equação (5.45), que não é mais que a equação da elipse da Figura 5.4 num novo sistema referencial rodado de θ relativamente ao referencial global.

$$b_1 x_R^2 + b_4 y_R^2 + (b_2 + b_3) x_R y_R = 1 \quad (5.45)$$

Igualando x_R a zero obtém-se o resultado da Expressão (5.46), que não é nada mais que a manipulabilidade direcional, conceito definido na sub-secção anterior.

$$w_d = y_R = \sqrt{\frac{1}{b_4}} \quad (5.46)$$

Uma vez que b_4 é o último elemento da matriz \mathbf{B} , pode-se provar que este só depende do último vetor diretor da matriz de rotação \mathbf{R} , conduzindo assim ao seguinte resultado

$$b_4 = \mathbf{e}_y(\theta)^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{P}^T \cdot \mathbf{e}_y(\theta) \quad (5.47)$$

Não existe, portanto, a necessidade de se definir um referencial específico, podendo-se, através da Expressão (5.48), obter a manipulabilidade direcional para uma dada direção, definindo apenas o respetivo vetor diretor.

$$w_d = \frac{1}{\sqrt{\mathbf{e}^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{P}^T \cdot \mathbf{e}}} \quad (5.48)$$

A generalização do resultado obtido em (5.48), consiste apenas em considerar que

$$\mathbf{P} = \mathbf{U} \quad (5.49)$$

em que a matriz \mathbf{U} é obtida através da decomposição em valores singulares do Jacobiano, como se mostra na Expressão (5.13). E a matriz \mathbf{A} é obtida igualando os elementos da sua digonal a $1/\sigma_i^2$ para $i = 1 \cdots m$, em que m é a dimensão do espaço operacional.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma_1^2} & & \mathbf{0} \\ & \ddots & \\ \mathbf{0} & & \frac{1}{\sigma_m^2} \end{bmatrix} \quad (5.50)$$

Cálculo da manipulabilidade direcional usando o Jacobiano

Como a obtenção do elipsoide de manipulabilidade deriva da pseudo-inversa transposta multiplicada pela pseudo-inversa, na Expressão (5.51) estes foram substituídos por (5.20), e de seguida foi manipulada a expressão até se igualar a um resultado conhecido.

$$\begin{aligned} (\mathbf{J}^\dagger)^T \cdot \mathbf{J}^\dagger &= (\mathbf{V}\Sigma^* \mathbf{U}^T)^T \cdot \mathbf{V}\Sigma^* \mathbf{U}^T \\ &= \mathbf{U}\Sigma^{*T} \mathbf{V}^T \mathbf{V}\Sigma^* \mathbf{U}^T \\ &= \mathbf{U}\Sigma^{*T} \mathbf{I}_n \Sigma^* \mathbf{U}^T \\ &= \mathbf{U} \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma_1^2} & & \mathbf{0} \\ & \ddots & \\ \mathbf{0} & & \frac{1}{\sigma_m^2} \end{bmatrix} \cdot \mathbf{U}^T = \mathbf{P} \mathbf{A} \mathbf{P}^T \end{aligned} \quad (5.51)$$

Desta forma consegue-se através da Expressão (5.52) calcular a manipulabilidade direcional usando diretamente a pseudo-inversa do Jacobiano.

$$w_d = \frac{1}{\sqrt{\mathbf{e}^T \cdot (\mathbf{J}^\dagger)^T \cdot \mathbf{J}^\dagger \cdot \mathbf{e}}} \quad (5.52)$$

Maximização da manipulabilidade direcional

Como se pretende obter uma expressão que maximize a manipulabilidade direcional, a função custo proposta é obviamente igual à manipulabilidade direcional.

$$\Phi(\mathbf{q}) = w_d = \frac{1}{\sqrt{\mathbf{e}^T (\mathbf{J}^\dagger)^T \mathbf{J}^\dagger \mathbf{e}}} \quad (5.53)$$

De forma a obter o vetor ν a ser utilizado na Expressão (5.23), de modo a realizar a tarefa secundária pretendida utilizando o espaço nulo, é necessário proceder à derivação da função custo (5.53) em ordem às diferentes variáveis de junta. As derivadas da função custo são depois substituídas na Expressão (5.24).

Desta forma, na Expressão (5.54) encontram-se todos os passos na derivação da função (5.53) em ordem à variável de junta θ_i .

$$\begin{aligned}\frac{\partial \Phi(\mathbf{q})}{\partial \theta_i} &= -\frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{\mathbf{e}^T (\mathbf{J}^\dagger)^T \mathbf{J}^\dagger \mathbf{e}}} \right)^3 \cdot \frac{\partial}{\partial \theta_i} (\mathbf{e}^T (\mathbf{J}^\dagger)^T \mathbf{J}^\dagger \mathbf{e}) \\ &= -\frac{w_d^3}{2} \cdot \mathbf{e}^T \cdot \frac{\partial}{\partial \theta_i} ((\mathbf{J}^\dagger)^T \mathbf{J}^\dagger) \cdot \mathbf{e} \\ &= -\frac{w_d^3}{2} \cdot \mathbf{e}^T \cdot \left[\left(\frac{\partial \mathbf{J}^\dagger}{\partial \theta_i} \right)^T \cdot \mathbf{J}^\dagger + (\mathbf{J}^\dagger)^T \cdot \frac{\partial \mathbf{J}^\dagger}{\partial \theta_i} \right] \cdot \mathbf{e}\end{aligned}\quad (5.54)$$

Note-se que na expressão anterior é obtido um resultado que depende da derivada da pseudo-inversa, derivada esta que ainda não foi aqui calculada. Assim, na Expressão (5.55) pode-se ver a derivação passo a passo da derivada da pseudo-inversa do Jacobiano. Na Expressão (5.55), na passagem da segunda para a terceira linha é feita a derivada de uma inversa matricial, operação esta que se pode encontrar descrita em [41].

$$\begin{aligned}\frac{\partial \mathbf{J}^\dagger}{\partial \theta_i} &= \frac{\partial}{\partial \theta_i} (\mathbf{J}^T (\mathbf{J} \mathbf{J}^T)^{-1}) \\ &= \frac{\partial \mathbf{J}^T}{\partial \theta_i} \cdot (\mathbf{J} \mathbf{J}^T)^{-1} + \mathbf{J}^T \cdot \frac{\partial}{\partial \theta_i} ((\mathbf{J} \mathbf{J}^T)^{-1}) \\ &= \frac{\partial \mathbf{J}^T}{\partial \theta_i} \cdot (\mathbf{J} \mathbf{J}^T)^{-1} + \mathbf{J}^T \cdot \left[-(\mathbf{J} \mathbf{J}^T)^{-1} \cdot \frac{\partial (\mathbf{J} \mathbf{J}^T)}{\partial \theta_i} \cdot (\mathbf{J} \mathbf{J}^T)^{-1} \right] \\ &= \frac{\partial \mathbf{J}^T}{\partial \theta_i} \cdot (\mathbf{J} \mathbf{J}^T)^{-1} - \mathbf{J}^T \cdot \left[(\mathbf{J} \mathbf{J}^T)^{-1} \cdot \left(\frac{\partial \mathbf{J}}{\partial \theta_i} \cdot \mathbf{J}^T + \mathbf{J} \cdot \frac{\partial \mathbf{J}^T}{\partial \theta_i} \right) \cdot (\mathbf{J} \mathbf{J}^T)^{-1} \right] \\ &= \left[\frac{\partial \mathbf{J}^T}{\partial \theta_i} - \mathbf{J}^\dagger \cdot \left(\frac{\partial \mathbf{J}}{\partial \theta_i} \cdot \mathbf{J}^T + \mathbf{J} \cdot \frac{\partial \mathbf{J}^T}{\partial \theta_i} \right) \right] \cdot (\mathbf{J} \mathbf{J}^T)^{-1}\end{aligned}\quad (5.55)$$

A derivada do Jacobiano já foi calculada na secção anterior através da Expressão (5.32), sendo que o seu cálculo por via do MatLab pode ser feito utilizando a função do Código em MatLab 5.6. Já a função que devolve o vetor ν para o critério da maximização da manipulabilidade direcional pode ser analisado no pedaço de Código em MatLab 5.8.

Código em MatLab 5.8: Função que devolve o vetor ν que responde ao critério da maximização da manipulabilidade direcional.

```
1 function v = v_manipulabilidadedirec(DH,Ti,Q,J,Jp,x,kv)
2 % v = v_manipulabilidadedirec(DH,Ti,Q,J,Jp,x,kv)
3 % Outputs-----
4 % v - vetor com tarefa adicional para o espço nulo (Nelox1).
5 % Inputs-----
6 % DH - matriz Denavit (Nelox4);
7 % Ti - transformação inicial;
8 % Q - vetor com os angulos das juntas em radianos (Nelox1);
9 % J - matriz jacobiana do modelo (3xNelox);
```

```

10 % Jp - matriz pseudo-Jacobiana do modelo (Nelox3);
11 % x - vetor com a direção de movimento (3x1);
12 % kv - constante.
13 % Programa-----
14 e = x./norm(x); JJ = J*J'; InvJJ = (JJ^(-1));
15 wd = 1/sqrt(((e')*(Jp'*Jp)*e)); Nelos = size(DH,1); v = zeros(Nelos,1);
16 for i=1:Nelos
17     DJi = Djacobino(DH,Ti,Q,i); DJJi = DJi*J'+J*DJI';
18     DJpi = (DJi'-Jp*DJI)*InvJJ; DJJpi = DJpi'*Jp+Jp'*DJpi;
19     v(i) = (((-wd^3)/2).*(e')*(DJJpi)*e).*(kv);
20 end; end

```

5.8 Resolução da Redundância - Método Aproximado

Na categoria dos métodos aproximados, um dos que se revela mais poderoso e flexível é o método do Controlo da Configuração [22], e por esse motivo será aqui abordado.

5.8.1 Controlo da configuração

O método do Controlo da Configuração consiste num método aproximado para a obtenção da solução da Equação (5.16), isto é, obtenção do vetor das velocidades de junta $\dot{\mathbf{q}}$ em função do vetor das velocidades da extremidade $\dot{\mathbf{x}}$ e de um conjunto de outros critérios. Este método usa a mesma ideia da minimização de uma dada função custo.

A dedução da solução que minimiza a função custo não foi efetuada neste trabalho, pelo que aqui apenas será exibida a solução final apresentada na bibliografia [22]. Desta forma, a solução obtida por via deste método é a que se segue

$$\dot{\mathbf{q}} = (\mathbf{J}^T \mathbf{W}_e \mathbf{J} + \mathbf{J}_c^T \mathbf{W}_c \mathbf{J}_c + \mathbf{W}_v)^{-1} \cdot (\mathbf{J}^T \mathbf{W}_e \dot{\mathbf{x}} + \mathbf{J}_c^T \mathbf{W}_c \dot{\mathbf{z}}) \quad (5.56)$$

em que a função custo é dada por

$$F = (\mathbf{J}\dot{\mathbf{q}} - \dot{\mathbf{x}})^T \mathbf{W}_e (\mathbf{J}\dot{\mathbf{q}} - \dot{\mathbf{x}}) + (\mathbf{J}_c \dot{\mathbf{q}} - \dot{\mathbf{z}})^T \mathbf{W}_c (\mathbf{J}_c \dot{\mathbf{q}} - \dot{\mathbf{z}}) + \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{W}_v \dot{\mathbf{q}} \quad (5.57)$$

onde $\mathbf{W}_e(m \times m)$, $\mathbf{W}_c(k \times k)$, e $\mathbf{W}_v(n \times n)$ são matrizes diagonais, que constituem os pesos que priorizam as diferentes tarefas como a tarefa principal, secundária e evitar as singularidades. Desta forma, a primeira matriz penaliza o erro da tarefa principal, que é o cumprimento de uma determinada velocidade da extremidade, a segunda penaliza o erro na tarefa secundária, por fim a terceira matriz penaliza altas velocidades de junta, o que por sua vez faz com que o manipulador evite as singularidades [22].

A matriz Jacobiana $\mathbf{J}_c(k \times n)$ é conhecida como o Jacobiano das tarefas adicionais, pois considerando o vetor \mathbf{z} como um vetor de tarefas adicionais, função das variáveis de junta \mathbf{q} , então pode-se definir a seguinte relação

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{J}_c \dot{\mathbf{q}} \quad (5.58)$$

Nas seguintes sub-seções será apresentado de que forma é calculado o Jacobiano das tarefas adicionais \mathbf{J}_c e a matriz de ganhos \mathbf{W}_c para determinadas tarefas, tais como evitar os limites de junta e obstáculos. Os ganhos das matrizes $\mathbf{W}_e(m \times m)$ e $\mathbf{W}_v(n \times n)$ terão de ser ajustados com base na experiência.

5.8.2 Limites de junta

Neste método, os limites de junta são evitados através da ativação ($\neq 0$) de desativação ($= 0$) dos elementos da matriz de ganhos para a tarefa secundária \mathbf{W}_c da Equação (5.56). A filosofia seguida será manter os respetivos ganhos desativos numa zona em torno do centro dos limites da junta, e ativá-los nas proximidades dos limites utilizando uma relação quadrática, que faça que quanto maior a distância do centro dos limites, maior o ganho aplicado. A largura do intervalo em que os ganhos são ativos antes do ângulo θ_i atingir os seus limites será designada por τ_i .

Desta forma, o termo i da diagonal da matriz de pesos \mathbf{W}_c correspondente à junta i é dado pela seguinte equação por ramos

$$W_{cii} = \begin{cases} W_0 \cdot (\theta_i - (\theta_{iMin} + \tau_i))^2 & , \theta_i < (\theta_{iMin} + \tau_i) \\ 0 & , (\theta_{iMin} + \tau_i) > \theta_i > (\theta_{iMax} - \tau_i) \\ W_0 \cdot (\theta_i - (\theta_{iMax} - \tau_i))^2 & , \theta_i > (\theta_{iMax} - \tau_i) \end{cases} \quad (5.59)$$

em que W_0 é uma constante a ser definida conforme o peso a atribuir a esta tarefa. Uma vez que todas as juntas serão monitorizadas, a tarefa adicional é definida como uma função de um para um dos ângulos de junta, isto é

$$\mathbf{z} = \mathbf{q} \quad (5.60)$$

Recorrendo agora à Expressão (5.58) obtém-se que o Jacobiano das tarefas adicionais é dado por

$$\mathbf{J}_c = \frac{\partial \mathbf{z}}{\partial \mathbf{q}} = \mathbf{I} \quad (5.61)$$

em que \mathbf{I} é a matriz identidade com dimensão $(n \times n)$.

O algoritmo proposto para o cálculo das matrizes \mathbf{J}_c e \mathbf{W}_c encontra-se implementado no pedaço de Código em MatLab 5.9.

Código em MatLab 5.9: Função que devolve o Jacobiano e a matriz de ganhos das tarefas adicionais para os limites de junta.

```

1 function [Jc Wc] = approx_limjunta(q,qlim,tti,k0)
2 % [Jc Wc] = approx_limjunta(q,qlim,k0)
3 % Outputs-----
4 % Jc - Jacobiano das tarefas adicionais (dofxdof);
5 % Wc - Matriz de pesos para as tarefas adicionais (dofxdof).
6 % Inputs-----
7 % q - vetor com os ângulos das juntas atuais em radianos (Dofx1);
8 % qlim - matriz com os limites de junta em radianos (Dofx2);
9 % tti - vetor com as larguras dos intervalos de ativação (Dofx1).
10 % k0 - constante.
11 % Programa-----
12 dof = size(q,1); Wc = eye(dof); Jc = eye(dof);
13 for i=1:dof
14     qi=q(i); qmin=qlim(i,1); qmax=qlim(i,2); ti = tti(i);
15     if qi<(qmin+ti); w = k0*(qi-(qmin+ti)).^(2);
16     elseif qi>(qmax-ti); w = k0*(qi-(qmax-ti)).^(2); else w = 0; end
17     Wc(i,i) = w;
18 end; end

```

5.8.3 Obstáculos

Nesta sub-secção será apresentado um método que permite que o manipulador evite um obstáculo dentro de uma superfície de influência. Na bibliografia [22] é apresentado o algoritmo para o caso bidimensional, em que o obstáculo se encontra dentro de uma circunferência de influência. Como se pode verificar pela Figura 5.5, são definidas as coordenadas do centro da circunferência e o respetivo raio, de forma a esta envolver por completo o obstáculo a evitar. O método consiste então em monitorizar a todo o tempo a distância d_{c_n} entre o elo n e o centro do obstáculo x_{circ} , evitando que esta seja menor que o raio definido para a circunferência de influência r_{circ} .

Apesar de na bibliografia ser apresentado o método para o caso bidimensional, uma vez que se está a trabalhar vetorialmente, este poderá ser facilmente generalizado para a situação tridimensional, com a nuance de que a superfície de influência deixa de ser um círculo e passa a ser uma esfera.

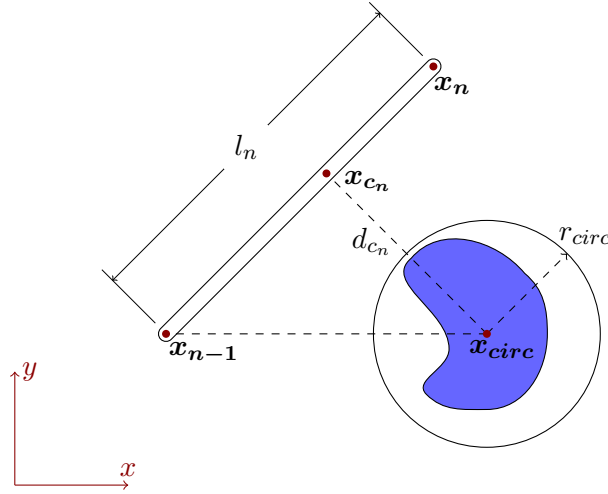


Figura 5.5: Cálculo do ponto crítico e da distância de um elo à superfície de influencia.

Primeiramente, calcular-se-á então a distância entre o elo n e o centro do obstáculo d_{c_n} . Para isso é calculado o vetor diretor \hat{e}_n do elo n através das suas coordenadas de início e fim, e do seu comprimento l_n , como se pode ver na Expressão (5.62).

$$\hat{e}_n = \frac{x_n - x_{n-1}}{l_n} \quad (5.62)$$

em que as coordenadas do início do elo x_{n-1} e do fim do elo x_n são dadas respetivamente pelas equações (5.63) e (5.64). As matrizes de transformação são obtidas através da multiplicação sucessiva das matrizes de transformação locais de cada elo, de acordo com as expressões (5.3) e (5.2), com a diferença de que em vez de se considerarem N elos, apenas se consideram os $n - 1$ ou os n primeiros elos.

$$x_{n-1} = {}^R T_{n-1} \cdot p \quad (5.63)$$

$$x_n = {}^R T_n \cdot p \quad (5.64)$$

De seguida é calculada a projeção do segmento de reta $\overline{\mathbf{x}_{n-1}\mathbf{x}_{circ}}$ no elo n .

$$\alpha_n = \hat{\mathbf{e}}_n^T(\mathbf{x}_{circ} - \mathbf{x}_{n-1}) \quad (5.65)$$

Desta forma, através da projeção α_n e do vetor diretor $\hat{\mathbf{e}}_n$, pode-se pela Expressão (5.66) obter-se as coordenadas do ponto \mathbf{x}_{c_n} , que se trata do ponto cujo segmento que o une ao centro da esfera de influência faz um ângulo reto com o elo, ou seja, é o ponto do elo que se encontra mais próximo da superfície de influência.

$$\mathbf{x}_{c_n} = \mathbf{x}_{n-1} + \alpha_n \hat{\mathbf{e}}_n \quad (5.66)$$

A Equação (5.66) também pode ser apresentada do modo que se segue

$$\mathbf{x}_{c_n} = \mathbf{x}_{n-1} + \hat{\mathbf{e}}_n^T(\mathbf{x}_{circ} - \mathbf{x}_{n-1})\hat{\mathbf{e}}_n \quad (5.67)$$

Por fim, a distância do centro da esfera de influência ao elo não é mais que a norma da diferença entre o centro da esfera e ponto do elo que se encontra mais próximo desta.

$$d_{c_n} = \|\mathbf{x}_{c_n} - \mathbf{x}_{circ}\| \quad (5.68)$$

Como tarefa adicional é definida a distância normal do elo à superfície de influência.

$$z_n = r_{circ} - d_{c_n} \quad (5.69)$$

É então possível derivar a expressão anterior em ordem ao tempo e manipulá-la devidamente como se mostra na dedução (5.70).

$$\begin{aligned} \dot{z}_n &= -\frac{d}{dt}(d_{c_n}) \\ &= -\frac{d}{dt}(\|\mathbf{x}_{c_n} - \mathbf{x}_{circ}\|) \\ &= -\frac{(\mathbf{x}_{c_n} - \mathbf{x}_{circ})^T}{\|\mathbf{x}_{c_n} - \mathbf{x}_{circ}\|} \cdot \frac{d}{dt}(\mathbf{x}_{c_n}) \\ &= -\frac{(\mathbf{x}_{c_n} - \mathbf{x}_{circ})^T}{d_{c_n}} \cdot \frac{\partial \mathbf{x}_{c_n}}{\partial \mathbf{q}} \cdot \dot{\mathbf{q}} \end{aligned} \quad (5.70)$$

Na dedução anterior, quando é feita a derivada da norma [41], é adicionada a transposta de forma a que as dimensões das matrizes se mantenham corretas. Note-se que z_n corresponde apenas a um elemento do vetor de tarefas adicionais, sendo que este terá tantas linhas quantos os elos considerados. Considerando que a relação entre a variação das tarefas adicionais e a variação das variáveis de junta $\dot{\mathbf{q}}$ é dada pelo Jacobiano das tarefas adicionais, como se pode verificar na Expressão (5.58), tem-se que a n -ésima linha do Jacobiano das tarefas adicionais é dada por

$$\mathbf{J}_{c_n} = \begin{cases} [0 \ \cdots \ 0] & , d_{c_n} > r_{circ} \\ -\frac{(\mathbf{x}_{c_n} - \mathbf{x}_{circ})^T}{d_{c_n}} \cdot \mathbf{J}_{\mathbf{x}_{c_n}} & , d_{c_n} \leq r_{circ} \end{cases} \quad (5.71)$$

em que

$$\mathbf{J}_{\mathbf{x}_{c_n}} = \frac{\partial \mathbf{x}_{c_n}}{\partial \mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{x}_{c_n}}{\partial \theta_1} & \cdots & \frac{\partial \mathbf{x}_{c_n}}{\partial \theta_i} & \cdots & \frac{\partial \mathbf{x}_{c_n}}{\partial \theta_N} \end{bmatrix} \quad (5.72)$$

Considerando os N elos do manipulador, e juntando todas as linhas calculadas através de (5.71), obtém-se então na Expressão (5.73) o Jacobiano das tarefas adicionais \mathbf{J}_c . Neste método a matriz de ganhos para a tarefa adicional \mathbf{W}_c poderá simplesmente ser dada pela matriz identidade multiplicada por um ganho conveniente.

$$\mathbf{J}_c = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{x_{c1}} \\ \vdots \\ \mathbf{J}_{x_{cn}} \\ \vdots \\ \mathbf{J}_{x_{cN}} \end{bmatrix} \quad (5.73)$$

Para finalizar o método em estudo falta ainda o cálculo da derivada do ponto mais próximo da superfície de influência (x_{cn}) para assim se poder substituir na Expressão (5.72). Para tal é necessário derivar a Expressão (5.67) como se pode ver de seguida

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{x}_{cn}}{\partial \theta_i} &= \frac{\partial \mathbf{x}_{n-1}}{\partial \theta_i} + \frac{\partial \hat{\mathbf{e}}_n^T}{\partial \theta_i} (\mathbf{x}_{circ} - \mathbf{x}_{n-1}) \hat{\mathbf{e}}_n \\ &+ \hat{\mathbf{e}}_n^T (\mathbf{x}_{circ} - \frac{\partial \mathbf{x}_{n-1}}{\partial \theta_i}) \hat{\mathbf{e}}_n + \hat{\mathbf{e}}_n^T (\mathbf{x}_{circ} - \mathbf{x}_{n-1}) \frac{\partial \hat{\mathbf{e}}_n}{\partial \theta_i} \end{aligned} \quad (5.74)$$

em que a derivada de $\hat{\mathbf{e}}_n^T$ calculada pela Equação (5.62), é dada por

$$\frac{\partial \hat{\mathbf{e}}_n}{\partial \theta_i} = \frac{1}{l_n} \left(\frac{\partial \mathbf{x}_n}{\partial \theta_i} - \frac{\partial \mathbf{x}_{n-1}}{\partial \theta_i} \right) \quad (5.75)$$

A derivada do vetor \mathbf{x}_n é calculada derivando a matriz de transformação até ao elo n e retirando a sua quarta coluna, como se pode ver na Expressão (5.76).

$$\frac{\partial \mathbf{x}_n}{\partial \theta_i} = \frac{\partial (\mathbf{R} \mathbf{T}_n)}{\partial \theta_i} \cdot \mathbf{p} \quad (5.76)$$

De realçar que quando $n - 1 = 0$ verifica-se que a transformação total é igual à transformação inicial ((5.77)), que por não depender de nenhum ângulo de junta, faz com que a derivada da transformação seja nula.

Outro caso a salientar é quando $i > n$, a matriz de transformação também não depende da variável de junta i , isto porque a junta i situa-se posteriormente ao elo n , logo a derivada dessa transformação também é nula ((5.78)).

$$\mathbf{R} \mathbf{T}_0 = \mathbf{T}_{init} \quad , n - 1 = 0 \quad (5.77)$$

$$\frac{\partial (\mathbf{R} \mathbf{T}_n)}{\partial \theta_i} = \mathbf{0} \quad , i > n \quad (5.78)$$

Por fim, no pedaço de Código em MatLab 5.10 é possível encontrar-se uma rotina que permite calcular o Jacobiano e a matriz de ganhos para uma tarefa adicional de evitar um obstáculo que se encontre no interior de uma esfera de influência.

Código em MatLab 5.10: Função que devolve o Jacobiano e a matriz de ganhos das tarefas adicionais para os obstáculos.

```

1 function [Jc Wc] = approx_obstacle(DH,Ti,Q,x0,r0,k0)
2 % [Jc Wc] = approx_obstacle(DH,Ti,Q,x0,r0,k0)
3 % Outputs-----
4 % Jc - Jacobiano das tarefas adicionais (dofxdof);
5 % Wc - Matriz de pesos para as tarefas adicionais (dofxdof).
6 % Inputs-----
7 % DH - matriz Denavit (Nelox4);
8 % Ti - transformação inicial;
9 % Q - vetor com os angulos das juntas em radianos (Nelox1);
10 % x0 - vetor com coordenadas do centro da esfera (3x1);
11 % r0 - valor do raio da esfera de influência;
12 % k0 - constante.
13 % Programa-----
14 dof = size(DH,1); Jc = zeros(dof,dof); Wc = eye(dof).*k0;
15 for n=dof:-1:(dof-1)
16     xn = dirkin(DH(1:n,:),Ti,Q(1:n));
17     xn1 = dirkin(DH(1:(n-1)),Ti,Q(1:(n-1)));
18     Ln = abs(DH(n,1)+DH(n,3));
19     en = (xn-xn1)./Ln;
20     xcn = xn1 + en'*(x0-xn1)*en;
21     dcn = norm(xcn-x0);
22     if r0-dcn>0
23         un = (xcn-x0)./dcn; Jxcn = zeros(3,dof);
24         for i=1:dof
25             J = jacobino(DH(1:n,:),Ti,Q(1:n));
26             if (n == 0) || (i>n); Dxn = zeros(3,1); else Dxn=J(:,i); end
27             J = jacobino(DH(1:(n-1)),Ti,Q(1:n));
28             if ((n-1) == 0) || (i>n-1); Dxn1 = zeros(3,1); else Dxn1=J(:,i); end
29             Den = (Dxn-Dxn1)./Ln;
30             Dxcn=Dxn1+Den'*(x0-xn1)*en+en'*(x0-Dxn1)*en+en'*(x0-xn1)*Den;
31             Jxcn(:,i) = Dxcn;
32         end
33         Jcn = -un'*Jxcn; Jc(n,:) = Jcn;
34     end
35 end; end

```


Capítulo 6

Comparação de Modelos e Algoritmos

Definem-se as dimensões dos elos e limites de junta dos modelos em estudo, as trajetórias a serem executadas, e os critérios cinemáticos utilizados na avaliação dos modelos e algoritmos. Comparam-se os métodos exato e aproximado. Realiza-se uma comparação dos modelos com 4 e 7 graus de liberdade. Comparam-se os algoritmos de maximização deduzidos para o método exato. Por fim, realiza-se um pequeno estudo ao espaço de trabalhos de ambos os modelos.

6.1 Introdução

Neste capítulo será realizado um conjunto de comparações entre os modelos e algoritmos desenvolvidos ao longo do capítulo anterior. Para isso, será definido um conjunto de critérios cinemáticos, que permitam ao longo de uma dada trajetória (tarefa principal) avaliar, por via de um conjunto de gráficos, os diferentes algoritmos e modelos.

Antes de se proceder às diferentes avaliações, serão definidas as dimensões dos modelos e os respectivos limites de junta, uma vez que até aqui apenas foram utilizadas variáveis. Serão também definidas as trajetórias onde serão comparados os diferentes critérios.

Por fim, será efetuada uma comparação entre os modelos com 4 e 7 graus de liberdade, através de um estudo ao espaço de trabalho de cada um dos modelos.

6.2 Dimensões e Limites de Junta dos Modelos

Nesta secção serão definidas as dimensões dos elos dos modelos e os limites de junta, dados necessários para a realização das simulações

Na secção 5.2 foram expostos os modelos dos manipuladores série com 4 e 7 graus de liberdade, e foram considerados alguns comprimentos do corpo humano, tais como a distância entre o plano sagital e a articulação gleno-umeral L_{12} , o comprimento do braço L_3 , e o comprimento do antebraço L_4 . Os valores utilizados para estes comprimentos nas simulações efetuadas foram obtidos com base em dados antropométricos para um indivíduo com 1 metro e 80 centímetros de altura [19], tendo-se obtido os seguintes comprimentos: $L_{12} = 232 \text{ mm}$, $L_3 = 335 \text{ mm}$ e $L_4 = 264 \text{ mm}$.

Para o comprimento L_1 , isto é, a distância entre a articulação gleno-umeral e uma junta imaginária que incorpora os movimentos efetuados pelo complexo do ombro excluindo a articulação gleno-umeral, foi arbitrado um comprimento de 100 *mm*.

Para os limites de junta, utilizaram-se as amplitudes médias dos movimentos do braço a partir da posição anatômica. Desta forma, para o modelo série com 4 graus de liberdade, utilizaram-se as variáveis de junta definidas na Sub-seção 5.2.1 e fez-se uma equivalência entre cada variável de junta e o respetivo movimento anatômico, utilizando-se assim as amplitudes mostradas na Tabela 3.3 da Sub-seção 3.3.1 no caso do movimento do ombro, e na Sub-seção 3.3.2 no caso do movimento do cotovelo.

Na Tabela 6.1 encontram-se as amplitudes de movimento para as variáveis de junta do modelo com 4 graus de liberdade. Note-se que apesar de na Tabela 3.3 se considerar a amplitude de adução como 0° devido ao tronco, como no modelo em questão não se está a considerar o tronco, arbitrou-se um valor de adução de 45° .

Tabela 6.1: Amplitudes anatômicas das variáveis de junta para o manipulador com 4 graus de liberdade.

Variáveis	Designação	Amplitude
θ_1	abdução e adução do braço	$[-45^\circ, 120^\circ]$
θ_2	flexão e extensão do braço	$[-40^\circ, 100^\circ]$
θ_3	rotação lateral e medial do braço	$[-50^\circ, 90^\circ]$
θ_4	flexão e extensão do cotovelo	$[0^\circ, 145^\circ]$

Na Tabela 6.2 encontram-se os limites de junta para o modelo série com 7 graus de liberdade. Aqui utilizou-se um procedimento semelhante ao descrito anteriormente na obtenção das amplitudes de movimento.

Tendo em atenção os sistemas referenciais locais definidos na Sub-seção 5.2.2, consideraram-se os mesmos movimentos anatômicos utilizados na Tabela 6.1 mais a protacção e retracção do ombro (Tabela 3.2) e a abdução, adução, flexão e hiperextensão do ombro, obtidos subtraindo a amplitude média dos movimentos do braço na articulação gleno-umeral (Tabela 3.3) à amplitude média dos movimentos do complexo articular do ombro (Tabela 3.5).

Tabela 6.2: Amplitudes anatômicas das variáveis de junta para o manipulador com 7 graus de liberdade.

Variáveis	Designação	Amplitude
θ_1	protacção e retracção do ombro	$[-30^\circ, 30^\circ]$
θ_2	abdução e adução do ombro	$[0^\circ, 60^\circ]$
θ_3	flexão e hiperextensão do ombro	$[-110^\circ, 80^\circ]$
θ_4	abdução e adução do braço	$[-45^\circ, 120^\circ]$
θ_5	flexão e hiperextensão do braço	$[-40^\circ, 100^\circ]$
θ_6	rotação lateral e medial do braço	$[-50^\circ, 90^\circ]$
θ_7	flexão e hiperextensão do cotovelo	$[0^\circ, 145^\circ]$

Os limites de junta expostos nas tabelas acima, serão utilizados nos algoritmos para evitar os limites de junta desenvolvidos nas sub-seções 5.7.2 e 5.8.2, para os métodos exato e aproximado de resolução de redundâncias.

6.3 Trajetórias em Estudo

Nesta secção será especificado um conjunto de três percursos diferentes, que posteriormente serão utilizados para avaliar os modelos série com 4 e 7 graus de liberdade e os algoritmos desenvolvidos ao longo do Capítulo 5.

Esta primeira avaliação será feita ao longo de percursos pré-determinados, o que permite a utilização de gráficos bidimensionais, que conterão a variação de um conjunto de parâmetros ao longo da execução do movimento, facilitando assim possíveis análises, uma vez que as representações tridimensionais constituem sempre uma forma mais ambígua de avaliar um dado acontecimento.

Desta forma, os três movimentos escolhidos foram uma trajetória retilínea, uma trajetória circular, e outra trajetória regida segundo uma equação quadrática.

Elevação ao Ombro Esquerdo

O movimento da elevação ao ombro esquerdo consiste numa trajetória retilínea cuja posição inicial do braço direito é a posição anatómica com exceção do cotovelo que se encontra fletido de um ângulo de 90° .

Sendo que para os modelos desenvolvidos no capítulo anterior a junta do cotovelo é a última junta N do manipulador, tem-se que $\theta_i = 0^\circ$ em que $i = 1, \dots, (N - 1)$, e $\theta_N = 90^\circ$.

A posição final da trajetória é um ponto 100 milímetros à frente do ombro esquerdo. Assim, na Tabela 6.3 a trajetória é definida matematicamente.

Tabela 6.3: Trajetória para elevação do braço direito ao ombro esquerdo.

$\mathbf{q}_i \rightarrow$ Posição de juntas inicial
$\mathbf{x}_i = f(\mathbf{q}_i) \rightarrow$ Cinemática direta
$\mathbf{x}_f = [-232 \quad 100 \quad 0]^T (mm) \rightarrow$ Posição final
$\mathbf{x}(t) = (\mathbf{x}_f - \mathbf{x}_i) \cdot V(t) + \mathbf{x}_i \rightarrow$ Trajetória
$V(t) \in [0 \quad 1] \rightarrow$ Normalização da variável tempo

Note-se que o valor $V(t)$ é calculado de forma a que o movimento inicie e termine com velocidades e acelerações nulas.

Este é apenas um simples movimento que explora os limites de junta.

Circundação

Na Sub-secção 3.2.2 é referido o movimento de circundação como uma combinação de outros movimentos mais simples, como tal é também um movimento a considerar para a análise dos diferentes modelos e algoritmos.

Para isso foi definida a equação de uma circunferência num plano paralelo ao plano sagital. No entanto, como para manipuladores redundantes não se obtém uma cinemática inversa de forma a descobrir as variáveis de junta correspondentes ao primeiro ponto dessa circunferência, é feito um movimento de posicionamento, em que é definida uma pré-posição inicial através dos ângulos de junta, e de seguida o manipulador segue uma trajetória retilínea com controlo por velocidade até ao ponto inicial da trajetória principal em estudo. Os algoritmos usados para a resolução das redundâncias no movimento em

estudo, neste caso a circundação, são os mesmos que são utilizados na reta de aproximação, para que desta forma a configuração inicial seja selecionada com base nos mesmos critérios que as restantes configurações em estudo.

Na Tabela 6.4 encontra-se uma descrição de ambas as trajetórias, sendo que só a segunda será posteriormente analisada.

Tabela 6.4: Trajetória para circundação do braço direito.

$L = (L_3 + L_4) \cdot \cos(20^\circ)$	\rightarrow Distância do plano da circunferência à junta gleno-umeral
$R = (L_3 + L_4) \cdot \sin(20^\circ)$	\rightarrow Raio da circunferência
\mathbf{q}_0	\rightarrow Posição de juntas 0
$\mathbf{x}_0 = f(\mathbf{q}_0)$	\rightarrow Cinemática direta
$\mathbf{x}_i = [L \quad R \cdot \cos(0^\circ) \quad R \cdot \sin(0^\circ)]^T$	\rightarrow Posição inicial do movimento principal
$\mathbf{x}'(t) = (\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_0) \cdot V'(t) + \mathbf{x}_0$	\rightarrow Trajetória de posicionamento
$V'(t) \in [0 \quad 1]$	\rightarrow Normalização da variável tempo
$\mathbf{x}(t) = [L \quad R \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot V(t)) \quad R \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot V(t))]^T$	\rightarrow Trajetória principal
$V(t) \in [0 \quad 1]$	\rightarrow Normalização da variável tempo

A configuração de juntas inicial é a mesma utilizada no movimento de elevação do braço direito ao ombro esquerdo.

Contorno do Tronco

Esta terceira trajetória que consiste no contorno do corpo, pretende complementar as anteriores em alguns aspetos, como por exemplo o estudo dos limites de junta, uma vez que a circundação não obriga o manipulador a ultrapassar os seus limites de junta, e por outro lado, esta trajetória abrange um maior espaço de trabalho.

Nesta trajetória é fornecida uma posição à frente do tronco, uma posição final atrás do tronco, e uma posição intermédia no lado direito do tronco. Trata-se, portanto, de uma equação quadrática. Na Tabela 6.5 encontra-se a descrição matemática do percurso proposto.

Tabela 6.5: Trajetória para o contorno do tronco.

\mathbf{q}_0	\rightarrow Posição de juntas 0
$\mathbf{x}_0 = f(\mathbf{q}_0)$	\rightarrow Cinemática direta
$\mathbf{x}_i = [0 \quad 300 \quad -300]^T$	$(mm) \rightarrow$ Posição inicial do movimento principal
$\mathbf{x}_m = [500 \quad 0 \quad -300]^T$	$(mm) \rightarrow$ Posição intermédia do movimento principal
$\mathbf{x}_f = [0 \quad -300 \quad -300]^T$	$(mm) \rightarrow$ Posição final do movimento principal
$\mathbf{x}'(t) = (\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_0) \cdot V'(t) + \mathbf{x}_0$	\rightarrow Trajetória de posicionamento
$V'(t) \in [0 \quad 1]$	\rightarrow Normalização da variável tempo
$\mathbf{x}(t) = 2 \cdot (\mathbf{x}_f + \mathbf{x}_i - 2 \cdot \mathbf{x}_m) \cdot V(t)^2 - (\mathbf{x}_f + 3 \cdot \mathbf{x}_i - 4 \cdot \mathbf{x}_m) \cdot V(t) + \mathbf{x}_i$	\rightarrow Trajetória principal
$V(t) \in [0 \quad 1]$	\rightarrow Normalização da variável tempo

6.4 Definição de Critérios e Medidas de Desempenho

De forma a analisar o desempenho dos diferentes modelos e algoritmos é preciso definir um conjunto de critérios passíveis de serem representados graficamente. Os critérios

apresentados são apenas cinemáticos, uma vez que em é torno da cinemática de manipuladores que se desenvolve este trabalho.

Tem-se assim os seguintes critérios de análise:

Medida de Manipulabilidade

Representado por w é um conceito que foi desenvolvido em detalhe na secção 5.5, e representa a facilidade do manipulador se movimentar para uma dada configuração.

Manipulabilidade Direcional

Representado por w_d é um conceito que foi desenvolvido em detalhe na Sub-secção 5.7.4, e representa a facilidade do manipulador se movimentar para uma dada configuração numa dada direção.

Norma Euclidiana das Velocidades de Junta

Representada por $\|\dot{\mathbf{q}}\|$, a norma euclidiana foi definida na Equação (5.12) na Secção 5.5, e pode ser considerada como um indicador qualitativo da energia, uma vez que a energia cinemática pode ser relacionada com as velocidades de junta.

Somatório dos Desvios entre os Ângulos de Junta e Respetivos Limites

Representado por $\Sigma\Delta\theta$, este índice ainda não foi aqui definido. Este surge da necessidade de averiguar em que medida é que os limites de junta são ultrapassados na realização dos diferentes movimentos. Desta forma este índice não é mais que o somatório dos desvios que cada ângulo de junta faz quando ultrapassa os limites estipulados na Secção 6.2.

Fator de Forma do Elipsoide de Manipulabilidade

Por fim, o fator de forma ou fator de condicionamento do Jacobiano serve para analisar se o formato do elipsoide de manipulabilidade é mais homogêneo, isto é próximo de uma esfera, ou se a dimensão dos eixos diferem consideravelmente. Desta forma, o fator de forma f é definido como o resultado da Expressão (6.1), em que σ_1 , σ_2 e σ_3 são os comprimentos dos eixos principais do elipsoide.

O fator de forma varia entre 0 e 1, sendo que é 0 quando um dos eixos toma os valores de 0 ou infinito, e 1 quando os 3 eixos têm a mesma dimensão, isto é, o elipsoide degenera numa esfera (configuração isotrópica).

$$f = 3 \cdot \frac{\sigma_1 \cdot \sigma_2 \cdot \sigma_3}{\sigma_1^3 + \sigma_2^3 + \sigma_3^3} \quad (6.1)$$

6.5 Comparação dos Métodos Exato e Aproximado

Na Secção 5.7 foi definido um método denominado de exato que utiliza o pseudo-inverso do Jacobiano e o espaço nulo do Jacobiano para a resolução do problema das redundâncias. Na Secção 5.8 foi abordado um outro método designado de aproximado que utiliza a minimização de uma dada função custo para resolver o mesmo problema das redundâncias.

Nesta secção serão aplicados os dois métodos no seguimento de trajetórias, utilizando o modelo redundante série com 7 graus de liberdade definido em 5.2.2. A simulação será efetuada para as diferentes trajetórias explicitadas anteriormente, e os resultados serão expostos em formato de gráficos bidimensionais, utilizando os critérios selecionados.

6.5.1 Movimento simples

Nesta primeira simulação apenas foram avaliados os dois métodos exato e aproximado, no cumprimento das diferentes trajetórias sem nenhuma tarefa adicional, isto de forma a averiguar as diferenças de ambos quando apenas sujeitos à tarefa principal (seguimento de uma dada trajetória). Desta forma, nas figuras 6.1, 6.2 e 6.3 encontram-se as simulações para os diferentes percursos.

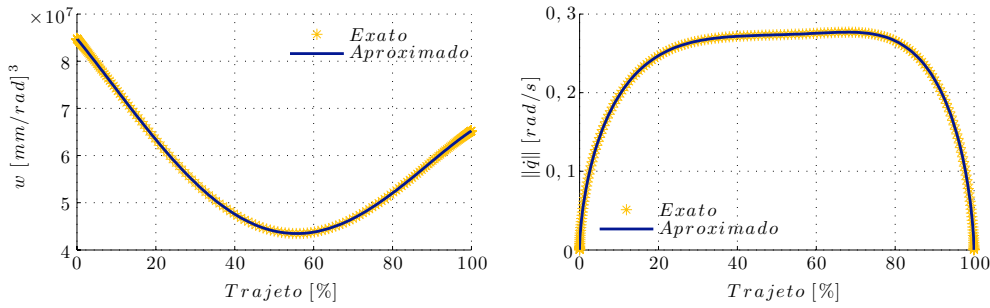


Figura 6.1: Elevação do braço direito com movimento simples.

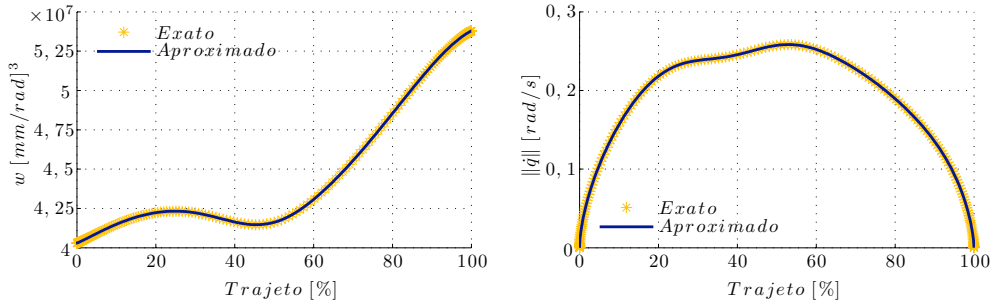


Figura 6.2: Circundação com movimento simples.

Das figuras 6.1 a 6.3 pode-se concluir que para os diferentes percursos testados, ambos os métodos devolvem o mesmo resultado. Aqui não foram expostos todos os critérios selecionados, pois não acrescentariam grande valor, uma vez que para todos os outros critérios os gráficos dos dois métodos são coincidentes, à semelhança do ilustrado nas figuras 6.1 a 6.3.

Outro anotamento é o fato da norma euclidiana do vetor das velocidades de junta ser nula no início e fim do movimento; facto já aguardado, uma vês que se impôs que a velocidade e aceleração das variáveis operacionais fossem nulas no início e fim dos movimentos.

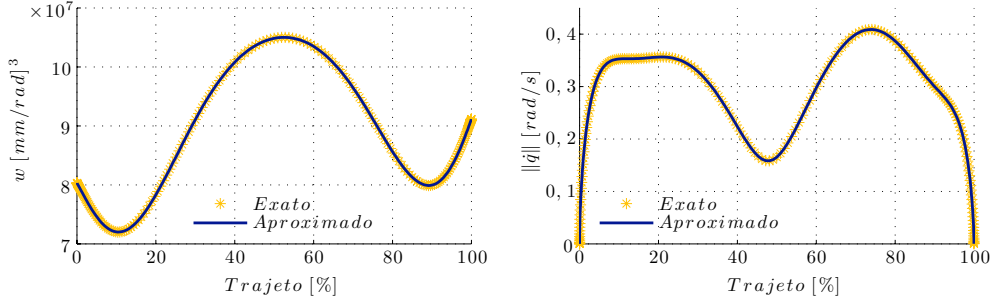


Figura 6.3: Contorno do tronco com movimento simples.

É ainda importante referir que no cálculo da velocidade, foi considerado um intervalo de tempo para execução do movimento de 10 segundos, e que no método aproximado foi utilizado um ganho de 1 na matriz de ganhos da tarefa principal \mathbf{W}_e , e um ganho de 0.1 na matriz de ganhos que evita as singularidades \mathbf{W}_v , matrizes essas utilizadas na equação do cálculo das velocidades de junta (5.56) na Sub-secção 5.8.1.

6.5.2 Movimento evitando os limites de junta

Neste segundo conjunto de simulações utilizaram-se os algoritmos para evitar os limites de junta. Na Figura 6.4 encontram-se os resultados para a elevação do braço direito, e na Figura 6.5 os resultados para o contorno do tronco. Não são apresentados os resultados para o caso da circundação, pois neste movimento, mesmo sem a utilização dos algoritmos para evitar os limites de junta, estes não são transpostos.

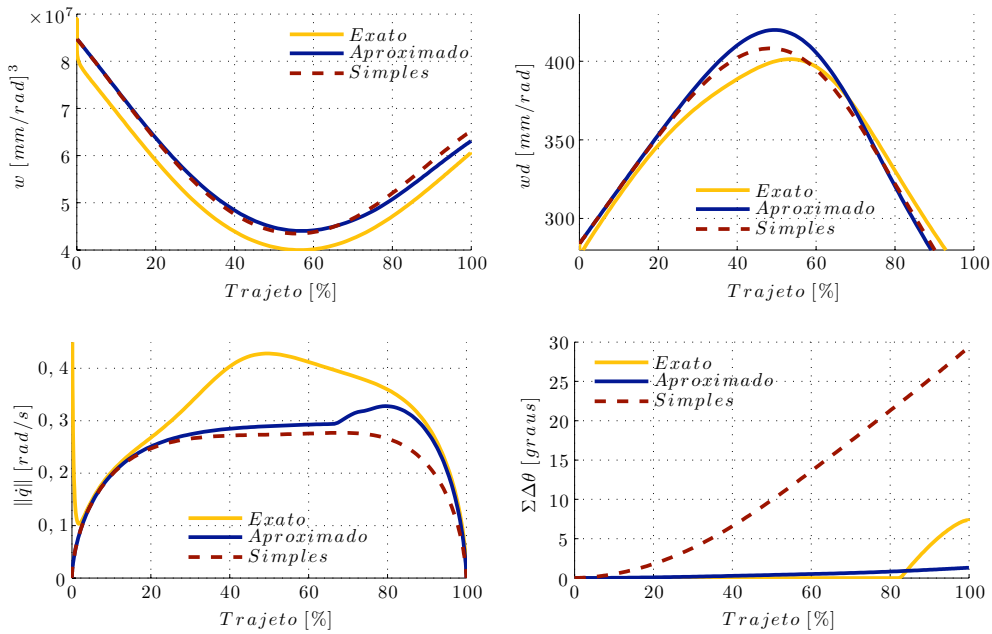


Figura 6.4: Elevação do braço direito com movimento evitando limites de junta.

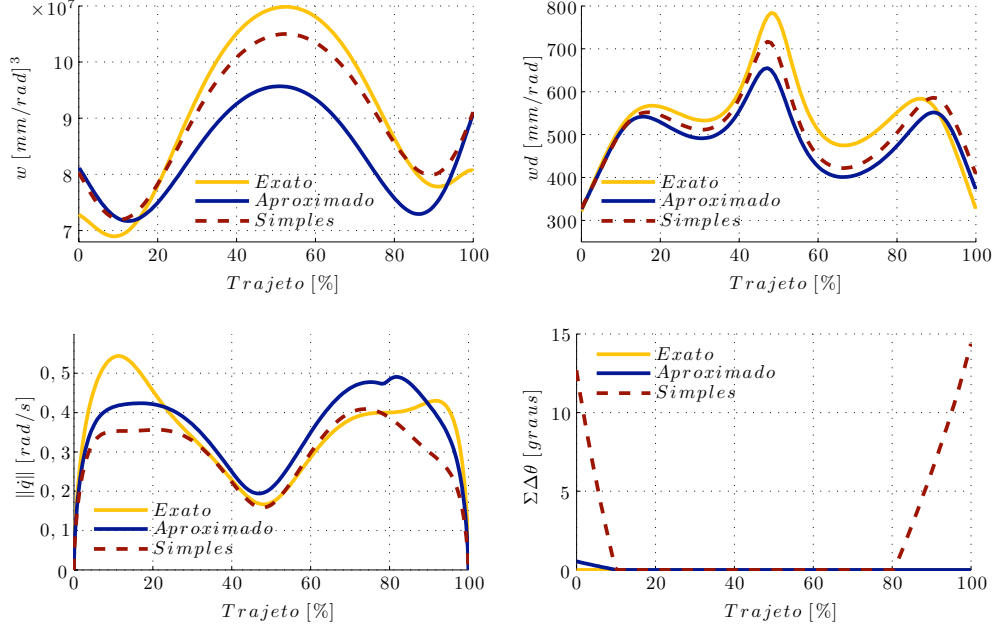


Figura 6.5: Contorno do tronco evitando limites de junta.

Uma vez que na sub-secção anterior se mostrou que para um movimento simples (isto é, sem tarefas adicionais), os dois métodos fornecem resultados idênticos, foi acrescentada uma curva representando o movimento simples, para comparar com as novas curvas obtidas, e assim se poder averiguar melhor as alterações por ambos os algoritmos ao evitar os limites de junta.

Verifica-se uma redução significativa dos desvios dos ângulos de junta relativamente aos limites de junta $\Sigma\Delta\theta$ para ambos os movimentos. De facto continua a existir em ambos os percursos ultrapassagem dos limites de junta, mas note-se que isto acontece quando o manipulador tem de alcançar posições mais extremas, e que os algoritmos usados não restringem por completo os ângulos de junta a uma dada gama, como acontece nos manipuladores físicos. Apenas são aplicados ganhos que levem o manipulador a optar por configurações que evitem os limites, ou seja, estes podem ser ultrapassados.

Estas posições extremas em que os limites de junta são ultrapassados deverão corresponder portanto a pontos fora do espaço de trabalho do manipulador, de forma a se evitarem quaisquer impossibilidades físicas.

Em ambos os casos, as curvas são muito semelhantes na forma, e com valores próximos às curvas correspondentes ao movimento sem tarefa adicional (movimento simples), o que induz que para o cumprimento dos limites de junta, pelo menos dentro de um espaço de trabalho razoável, não são introduzidas muitas alterações nas velocidades de junta e na manipulabilidade do manipulador.

Outra observação que se pode fazer, é que para ambos os métodos a utilização da tarefa secundária produz, de um modo geral, um aumento da norma das velocidades de junta, acontecimento já esperado, uma vez que, por exemplo no método exato, a obtenção das velocidades de junta consiste na soma do vetor de velocidades resultantes da tarefa principal com o vetor de velocidades resultantes da tarefa secundária, como se verifica na

Equação (5.22), e no método aproximado, uma tarefa secundária é sempre acompanhada pela adição do termo $\mathbf{J}_c^T \mathbf{W}_c \mathbf{J}_c$ na Equação (5.56), pois caso não existisse uma tarefa adicional, esse termo seria nulo.

Outro apontamento relevante é o fato de para o método exato, a velocidade inicial e final das juntas não ser zero, o que no caso da implementação do algoritmo num manipulador real poderia levantar alguns problemas ao nível das acelerações requeridas.

Analisando a Equação (5.22), verifica-se que, apesar do vetor das velocidades de junta ser nulo na posição inicial, condição essa garantida pela imposição de uma velocidade da extremidade nula no espaço operacional e que implica uma velocidade de juntas nula, este problema acontece porque o vetor das velocidades que resulta da tarefa adicional não é nulo, uma vez que na posição inicial os ângulos das juntas não se encontram no centro da sua amplitude. Assim, o algoritmo tende logo desde o início a corrigir esta situação, levando a que o movimento se inicie com velocidade de juntas não nula.

Desta observação resulta uma vantagem do método aproximado que ao condicionar tanto a tarefa principal como a tarefa secundária à velocidade da extremidade $\dot{\mathbf{x}}$, faz com que este problema não ocorra. No caso da implementação do método exato num manipulador ter-se-ia de alterar o algoritmo para garantir o arranque e paragem suaves.

Em relação à manipulabilidade e à norma das velocidades de junta não se consegue tirar conclusões sobre o benefício de um método sobre o outro.

Por fim, no método exato foi considerada o ganho $k_v = 1,3$ utilizado na Equação (5.28). No método aproximado foi considerado $W_0 = 100$ na Equação (5.59), e considerou-se um intervalo de ativação dos ganhos antes dos limites de junta serem atingidos τ igual a 10° para todas as juntas.

No caso dos valores anteriormente enunciados, τ foi completamente arbitrário. No entanto, os ganhos utilizados foram ligeiramente ajustados, isto é, apesar de não ter sido feito um estudo exaustivo, estes foram aumentados o máximo possível antes de o manipulador se tornar instável, ou seja, as velocidades se tornarem excessivamente elevadas levando a que a integração numérica do cálculo das posições de junta forneça-se valores disparatados.

6.6 Comparação dos Modelos com 4 e 7 Graus de Liberdade

Na secção anterior foram comparados os dois métodos de resolução das redundâncias apresentados neste trabalho, tendo para isso sido utilizado um modelo de um manipulador série com 7 graus de liberdade. O objetivo desta secção será agora comparar o modelo com 7 graus de liberdade com o modelo de 4 graus de liberdade, modelo este mais comumente encontrado nos protótipos de humanoides.

Nesta análise houve a necessidade de escolher um de entre os métodos utilizados, tendo-se optado pelo método aproximado. Uma vez que o método selecionado teria de ser utilizado obrigatoriamente na Sub-secção 6.6.3, pois foi o único método para o qual se desenvolveu um algoritmo para evitar obstáculos, optou-se assim por utilizar o método aproximado em toda a secção.

Deste modo, vão ser testados todos os percursos descritos na Secção 6.3, mas utilizando diferentes tarefas secundárias, desde o movimento simples, isto é sem nenhuma tarefa adicional, passando pelo movimento invitando limites de junta, ao movimento evitando um dado obstáculo.

6.6.1 Movimento simples

Iniciou-se o estudo dos dois modelos pelo movimento de circundação. Como se pode verificar na Figura 6.6, os 3 graus de liberdade adicionais trazem um contributo para o movimento, mesmo sem a utilização de tarefas adicionais. Nesta Figura encontra-se a representação do braço direito.

Na Figura 6.6 (a) pode-se ver a representação do braço com 4 graus de liberdade, e na Figura 6.6 (b) o braço com 7 graus de liberdade. A sigla Dof que aparece na legenda significa graus de liberdade (do inglês, Degree of freedom).

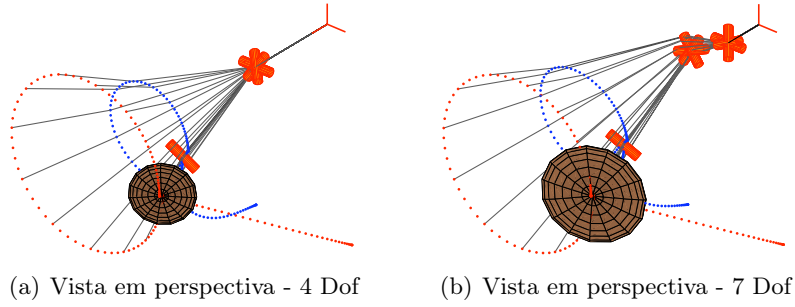


Figura 6.6: Representação do movimento de circundação.

Na Figura 6.7 encontra-se a comparação da evolução dos critérios selecionados para os dois modelos.

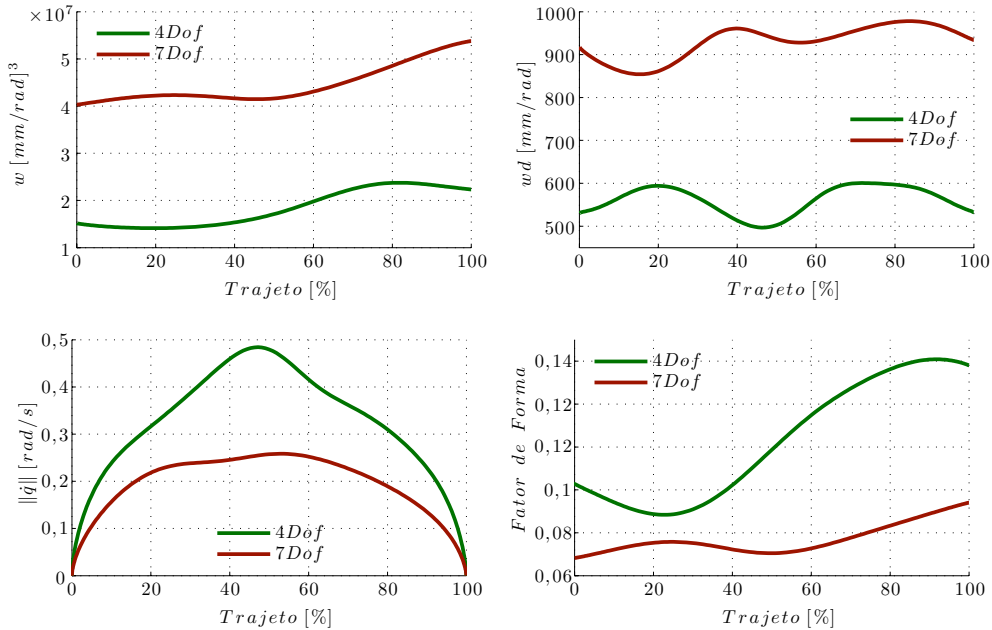


Figura 6.7: Circundação com movimento simples - comparação de modelos.

Nestas figuras é representada a evolução da configuração dos braços através da re-

apresentação de algumas configurações intermédias. Os pontinhos vermelhos representam as coordenadas da origem do referencial local da extremidade no referencial global, e os pontos azuis representam as coordenadas do cotovelo.

Pode-se então verificar na Figura 6.6 uma reta de aproximação para o percurso em estudo como referido na Secção 6.3. A castanho é ainda representado o elipsoide de manipulabilidade, cuja forma não é muito perceptível na Figura 6.6, pelo braço se encontrar próximo de uma singularidade, fazendo que o elipsoide se encontre achatado.

Como seria de esperar, mais graus de liberdade conduzem a uma maior manipulabilidade, e consequentemente uma maior manipulabilidade direcional. Este fato pode ser comprovado pela representação do elipsoide de manipulabilidade da Figura 6.6, em que além se verificar a considerável diferença da dimensão dos elipsoides, se verifica que no caso em estudo o elipsoide cresceu particularmente numa direção perpendicular ao braço, tornando-se mais achatado para o braço com 7 graus de liberdade, o que se reflete num fator de forma inferior.

É também destacável uma norma das velocidades de junta inferior para o modelo com 7 graus de liberdade.

6.6.2 Movimento evitando os limites de junta

Segue-se a comparação entre os dois modelos, mas utilizando agora o algoritmo para evitar limites de junta. O primeiro percurso testado foi a elevação do braço como se pode ver pela representação da Figura 6.8.

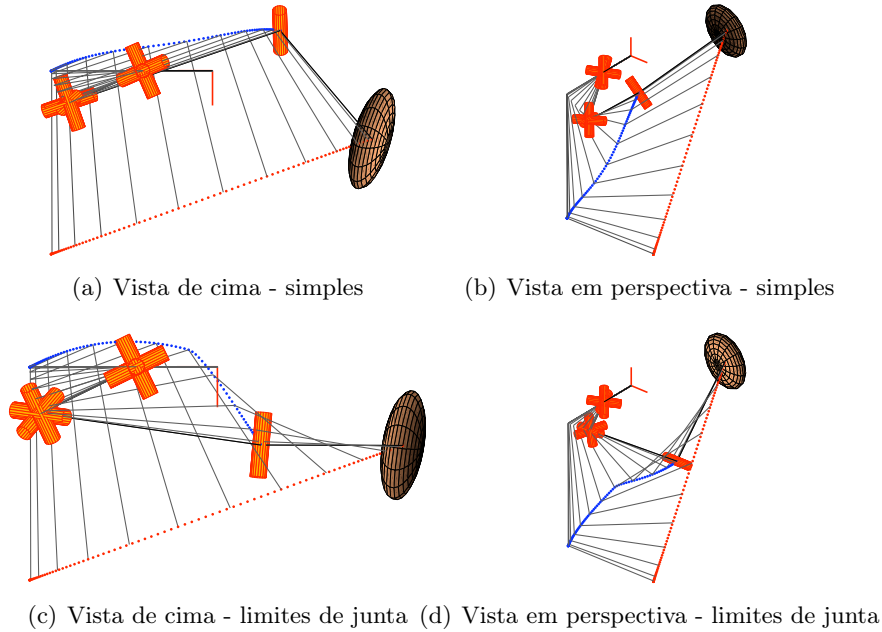


Figura 6.8: Representação do movimento de elevação do braço direito.

Na Figura 6.8 são representadas as configurações para o modelo com 7 graus de liberdade nos casos da não utilização de tarefas adicionais e da utilização do algoritmo para evitar limites de junta. Pode-se então comprovar, que no segundo caso são obtidas

configurações bem mais anatómicas.

Analisando os resultados da elevação do braço direito (Figura 6.9), as conclusões a tirar são semelhantes às tiradas para o movimento simples, ou seja, a medida de manipulabilidade e a manipulabilidade direcional são superiores para o modelo com 7 graus de liberdade, e em geral a norma euclidiana das velocidades de junta é superior para o modelo com 4 graus de liberdade.

Nenhum dos modelos cumpre criteriosamente os limites de junta, mas verifica-se que o modelo com 7 graus de liberdade não apresenta um desvio tão significativo. É importante aqui frisar que não está a ser tido em conta nenhum algoritmo que evite o tronco do humanoide, pelo que em ambos os modelos, o braço adota configurações que interferem com o tronco.

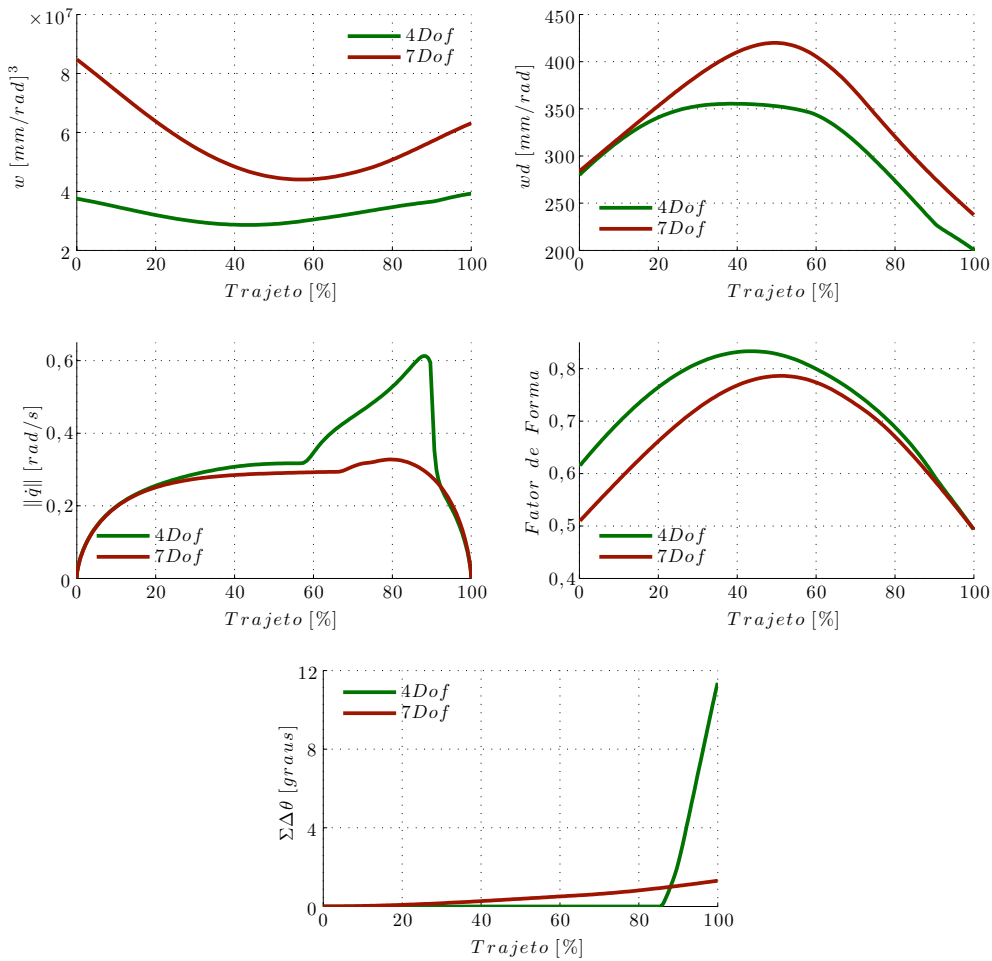


Figura 6.9: Elevação do braço direito com movimento evitando limites de junta - comparação de modelos.

Os resultados obtidos do contorno do corpo evitando limites de junta vêm mais uma vez confirmar os resultados obtidos até aqui, como se pode verificar pela Figura 6.10.

Um fato interessante a salientar, é o fator de forma ser geralmente superior para o modelo com menos graus de liberdade, o que poderá indicar que o crescimento do

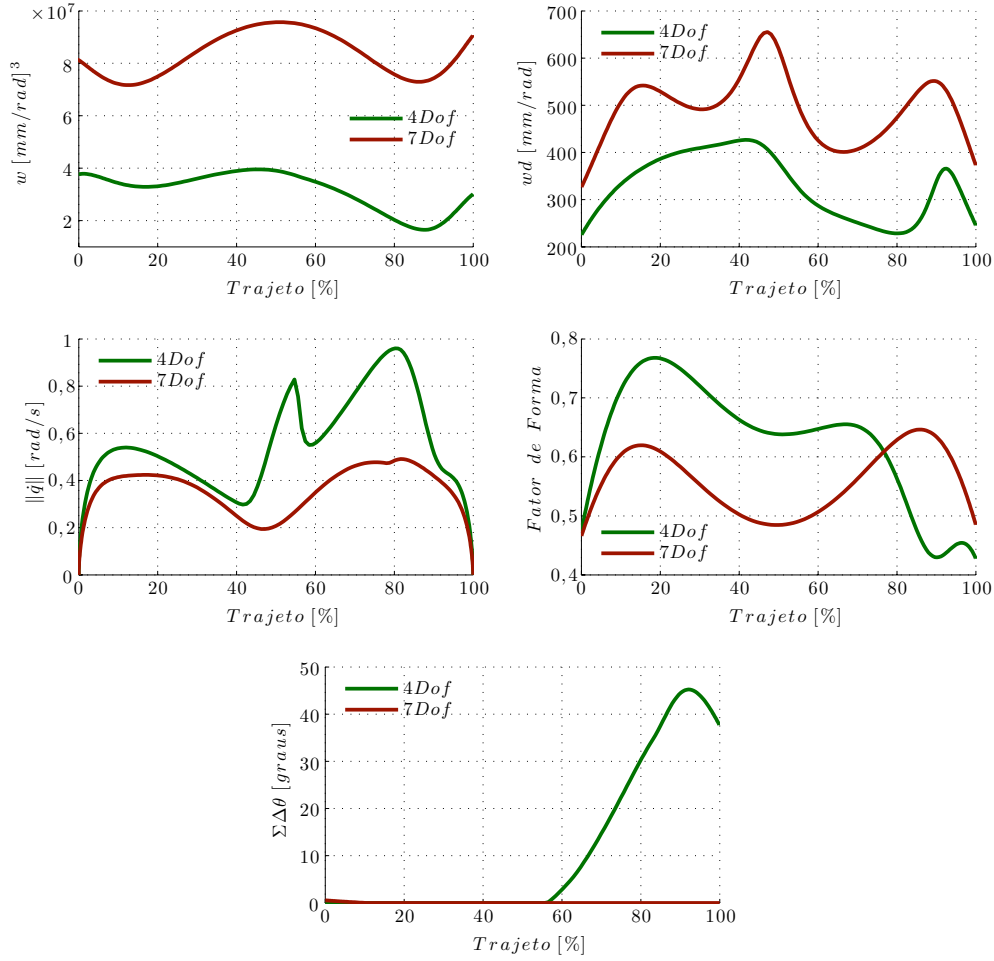


Figura 6.10: Contorno do tronco evitando limites de junta - comparação de modelos.

elipsoide devido ao aumento no numero de graus de liberdade se dê principalmente em determinadas direções em detrimento de outras. Este fato poderia num estudo mais detalhado merecer mais alguma atenção.

6.6.3 Movimento evitando um obstáculo

Nesta sub-secção pretende-se testar algoritmos para evitar obstáculos. Uma vez que este algoritmo foi desenvolvido para que os elos não transpassem o obstáculo, este deverá ser colocado numa localização em que a extremidade não o atravessasse. Das trajetórias definidas na Secção 6.3 a mais indicada, dados os constrangimentos aqui referidos, é o contorno do corpo.

Foi então colocada uma esfera na parte de trás do humanoide, como se pode ver na Figura 6.11 para o caso do modelo com 7 graus de liberdade.

Nesta simulação foram utilizados em simultâneo os algoritmos para evitar os limites de junta e para evitar o obstáculo. Isto é feito sobrepondo os Jacobianos das tarefas adicionais num só Jacobiano, uma vez que cada linha deste Jacobiano representa uma

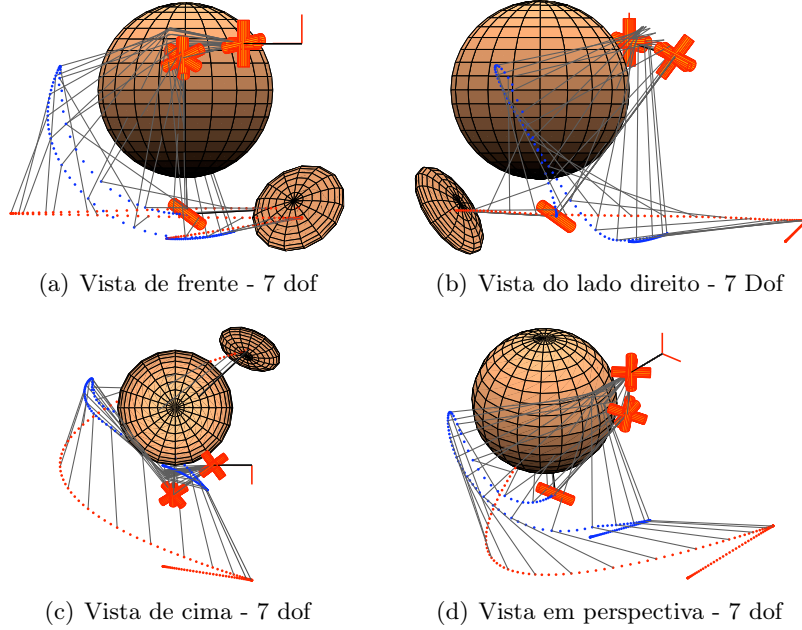


Figura 6.11: Representação do movimento de contorno do tronco com um obstáculo.

tarefa adicional. Relativamente à matriz diagonal de ganhos W_c , esta é formada pelas matrizes diagonais de ganho das tarefas secundárias, de forma a que a sua dimensão k é igual ao número de linhas do Jacobiano da tarefa secundária.

Esta junção de tarefas secundárias torna-se particularmente simples quando se utiliza o método aproximado de resolução de redundâncias. Os ganhos utilizados em ambas as tarefas foram de 100. Mais uma vez este valor não beneficiou de um estudo muito intensivo, apenas um pequeno ajuste para que o manipulador não se tornasse instável.

Na Figura 6.12 encontram-se os resultados resultantes da simulação descrita. Mais uma vez em termos qualitativos, estes só vêm confirmar tudo o que foi dito nas anteriores sub-seções. No entanto, o gráfico da norma do vetor das velocidades de junta merece um olhar mais atento.

Pode-se verificar que a norma das velocidades de junta sofre algumas descontinuidades ao longo da sua evolução. Como foi referido na Sub-secção 5.8.3, a tarefa para evitar obstáculos encontra-se inativa quando o manipulador se movimenta livremente, e é ativa quando um dos elos atinge o obstáculo. No gráfico da norma das velocidade de junta foi também representado um gráfico de barras que indica quando é que a tarefa para evitar o obstáculo se encontra ativa, ou seja, quando é que o braço se encontra em contacto com a esfera de influência.

De facto, verifica-se que é nas transições entre ativação e desativação da tarefa secundária que surgem as descontinuidades na velocidade. Isto acontece, porque a transição de estado é feita de forma abrupta e não por via de uma função contínua, como se pode verificar pela Equação (5.71).

Outro reparo que merece ser feito é o fato do manipulador com 4 graus de liberdade não conseguir evitar este obstáculo com facilidade, sendo evidenciado pelo pico da velocidade de juntas e pela completa ultrapassagem dos limites de junta.

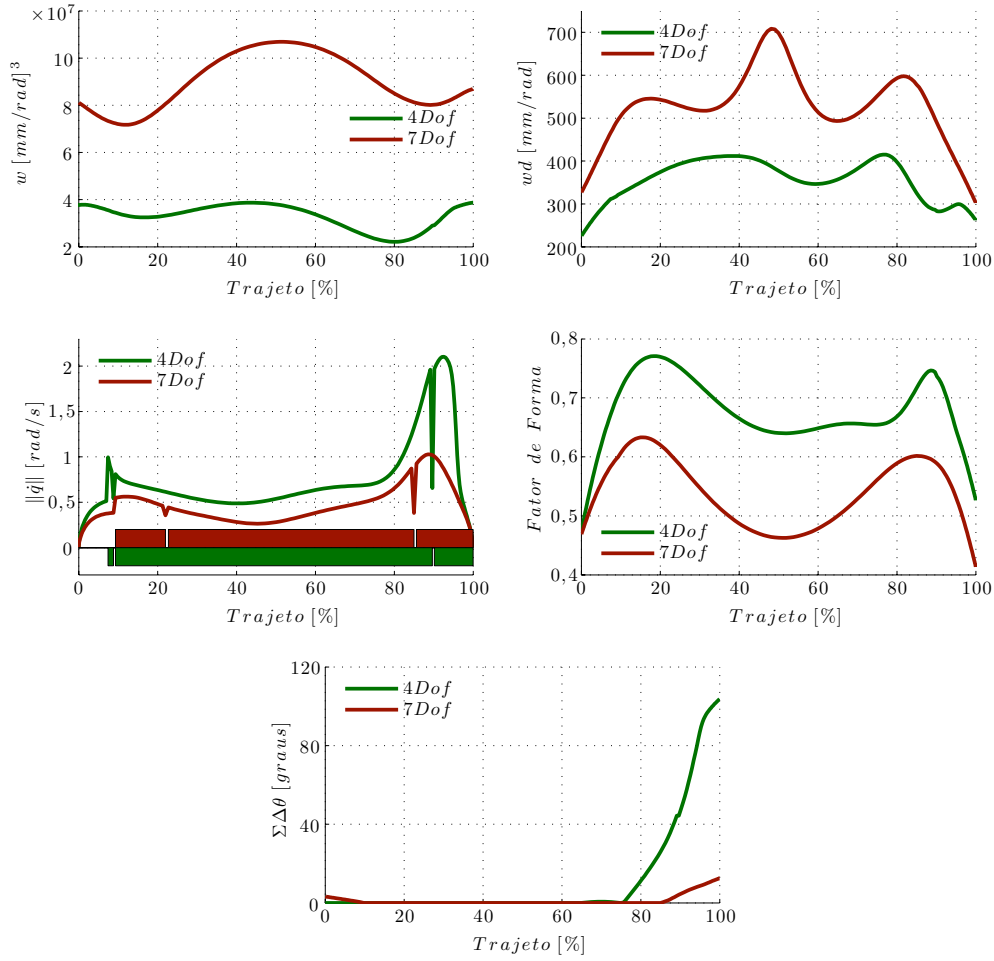


Figura 6.12: Contorno do tronco evitando limites de junta e obstáculos - comparação de modelos.

Embora este algoritmo para evitar um dado obstáculo seja interessante, é fortemente limitado. Primeiro, porque conduz a sérias limitações quando são requeridas geometrias mais complexas, como por exemplo a representação do tronco. Em segundo, num ponto de vista de aplicação, este não nos fornece uma medida da força de contacto, que permita num estágio mais avançado aplicá-lo à manipulação de objetos.

6.7 Comparação dos Algoritmos de Maximização dos Critérios de Manipulabilidade

Nesta secção pretende-se testar e comparar os dois algoritmos deduzidos neste trabalho, a maximização da manipulabilidade deduzido na Sub-secção 5.7.3, e a maximização da manipulabilidade direcional deduzido na Sub-secção 5.7.4.

Estes algoritmos fazem uso do método exato de resolução de redundâncias, mais propriamente do espaço nulo do Jacobiano. Assim, como forma de calibrar o ganho k_v

utilizado na Equação (5.24), pode-se fazer umas simulações fazendo apenas uso do espaço nulo, isto é, a extremidade é mantida fixa numa dada coordenada e a configuração do braço é alterada por via dos algoritmos para a maximização de um dado critério.

Desta forma, é possível obter a configuração que melhor cumpre uma dada tarefa secundária, e se o ganho k_v for variado para diferentes testes, pode-se obter um resposta gráfica indicativa da influência de k_v na rapidez em que a tarefa secundária é executada. O procedimento explicado anteriormente foi então aplicado para obter um ganho mais satisfatório para a maximização na manipulabilidade e maximização da manipulabilidade direcional, obtendo-se os resultados expressos na Figura 6.13.

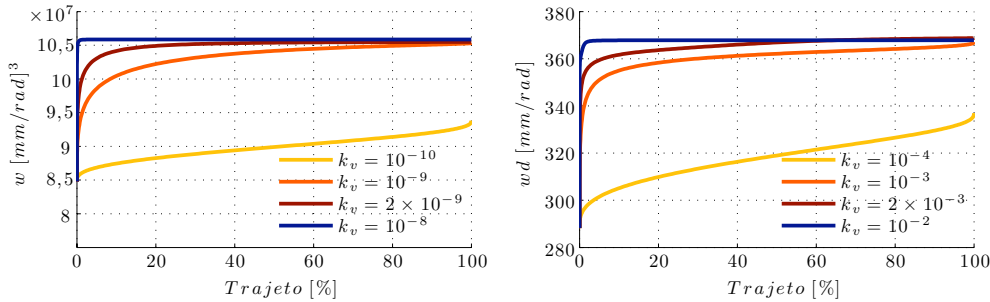


Figura 6.13: Obtenção de k_v para a maximização da manipulabilidade e manipulabilidade direcional.

Os valores seleccionados foram $k_v = 2 \times 10^{-9}$ para a maximização da manipulabilidade e $k_v = 10^{-3}$ para a maximização da manipulabilidade direcional, isto porque representam uma evolução rápida da tarefa secundária sem ser demasiado abrupta, o que leva sempre a maiores velocidades de junta, e possíveis instabilidades.

Nos gráficos da Figura 6.14 encontra-se a evolução dos diferentes critérios seleccionados na Secção 6.4 para os dois algoritmos em estudo nesta secção e para o movimento da elevação do braço, já na Figura 6.15 é possível visualizar a mesma evolução mas para o movimento de contorno do tronco.

Nos gráficos das figuras 6.14 e 6.15 foram também acrescentadas as curvas para os movimentos, mas sem a execução de nenhuma tarefa adicional, curvas estas designadas nas legendas por *Simples*. Já as curvas que representam a maximização da manipulabilidade estão legendadas como w , e por fim, as curvas da maximização da manipulabilidade direcional são representadas por w_d .

A análise dos resultados dos dois percursos poderá ser feita em simultâneo devido à relativa consistência dos resultados. Assim, pode-se por exemplo verificar que o algoritmo de maximização da manipulabilidade obteve configurações com maior manipulabilidade que qualquer um dos outros algoritmos, aumentando em ambos os casos como consequência a manipulabilidade direcional.

O algoritmo da maximização da manipulabilidade direcional, apesar de claramente obter uma maior manipulabilidade direcional que os outros algoritmos, este não constituiu um consequente aumento da medida de manipulabilidade. Além disso, o aumento da manipulabilidade direcional resultou geralmente numa diminuição do fator de forma.

Dum ponto de vista mais energético, a maximização da manipulabilidade resulta sempre num ligeiro aumento da norma das velocidades de junta, fato este já esperado,

porque no movimento simples, a configuração é seleccionada de forma a minimizar este critério.

Já a maximização da manipulabilidade direcional resulta num enorme aumento da norma do vetor das velocidade de junta, como se pode comprovar nas sub-figuras 6.14(c) e 6.15(c), o que poderá indicar que este algoritmo não será muito apropriado em termos de uma utilização energeticamente eficiente.

De facto, as animações do movimento mostram que na situação da maximização da manipulabilidade direcional, as juntas movimentam-se muito mais para obter as mesmas posições. Esse maior movimento está patente na elevada ultrapassagem dos limites de junta.

É importante salientar que nenhuma das simulações desta secção foi feita tendo em consideração os limites de junta e o tronco do humanoide, mas a condução por parte destes algoritmos a configurações pouco anatómicas são um indício que, provavelmente, não serão os melhores critérios a ter em conta na resolução das redundâncias de um humanoide, pois levam a configurações não anatómicas e gastos energéticos superiores, resultados estes que se pretende evitar.

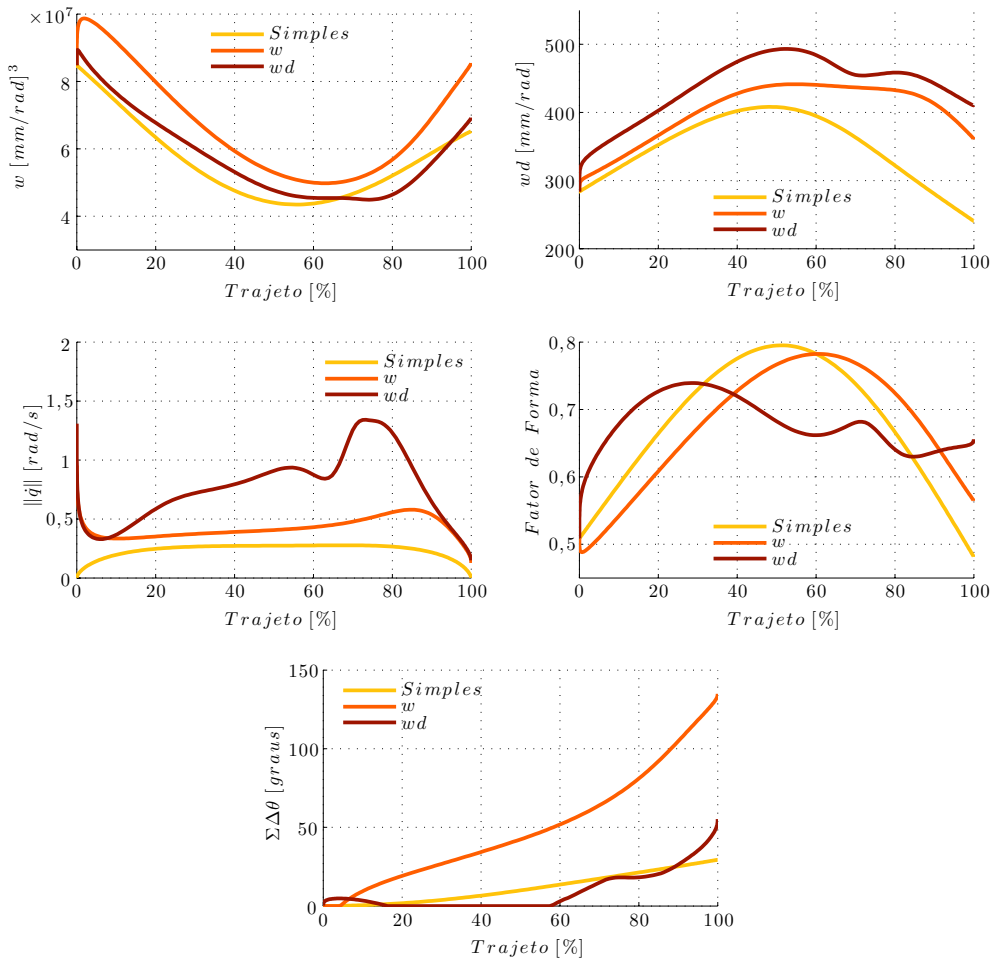


Figura 6.14: Elevação do braço direito - comparação de algoritmos de maximização.

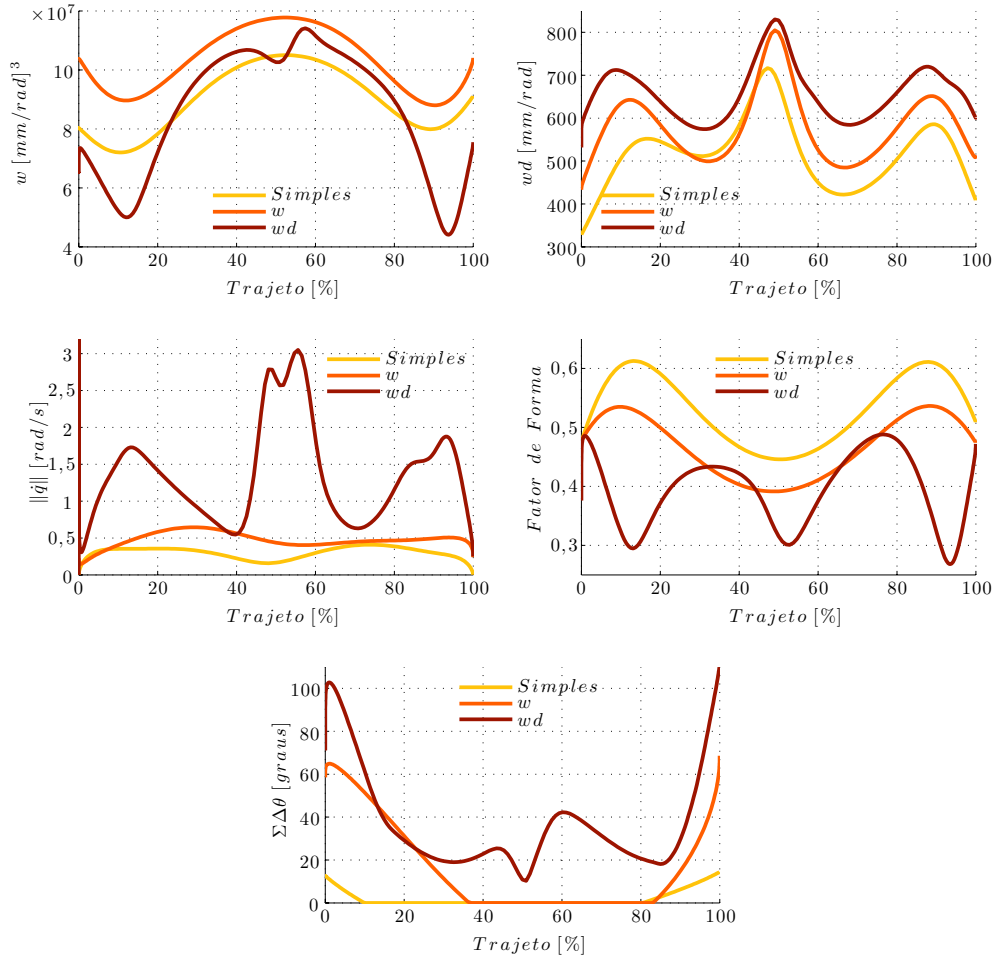


Figura 6.15: Contorno do tronco - comparação de algoritmos de maximização.

6.8 Estudo do Espaço de Trabalho

Nesta secção pretende-se estudar um pouco o espaço de trabalho dos manipuladores, e compreender de que forma alguns dos índices utilizados até aqui variam ao longo do mesmo. Os dois índices ou parâmetros que serão analisados ao longo do espaço de trabalho, serão a manipulabilidade máxima e o fator de forma máximo. Mais adiante será explicado como foram obtidos para os diversos pontos do espaço de trabalho.

É certo que uma representação tridimensional não é a forma mais clara para analisar quantitativamente um dado parâmetro, mas numa análise qualitativa esta é a que mais facilmente apresenta informação num espaço tridimensional. Assim, de forma a tornar a visualização mais clara, a distinção dos valores a serem analisados é feita através de uma escala de cor, em que o vermelho representa um valor muito elevado, e azul um valor muito baixo, e toda a gradação de cores entre essas duas representa valores intermédios. Além da utilização de cores, só são representados certos planos do espaço, de modo a facilitar a visualização espacial.

Na Figura 6.16 encontra-se um conjunto de vistas que ajudam a analisar a forma como a manipulabilidade máxima varia ao longo do espaço de trabalho. Assim, na Sub-figura 6.16(d) encontra-se uma vista em perspectiva da gradação da manipulabilidade máxima em vários planos do espaço, pois se apenas fosse apresentada uma nuvem de pontos, seria impossível tirar qualquer leitura, mesmo que qualitativa. Nas restantes sub-figuras é representada a gradação da manipulabilidade máxima, mas nos planos coordenados, isto é, nos planos $x = 0$, $y = 0$, e $z = 0$.

No entanto, as vistas da Figura 6.16 poderão ser enganadoras, pois estas apenas servem para mostrar a variação ao longo desse plano. Como o valor mais elevado do conjunto de dados a ser analisado toma a cor vermelha, pode aparentar que a manipulabilidade máxima de cada um dos planos coordenados é mais ou menos equivalente, uma vez que o vermelho se encontra presente em todas as vistas, o que pela vista em perspectiva se consegue ver que não é verdade, ou seja, o vermelho apenas representa o valor mais elevado de manipulabilidade para a respetiva vista.

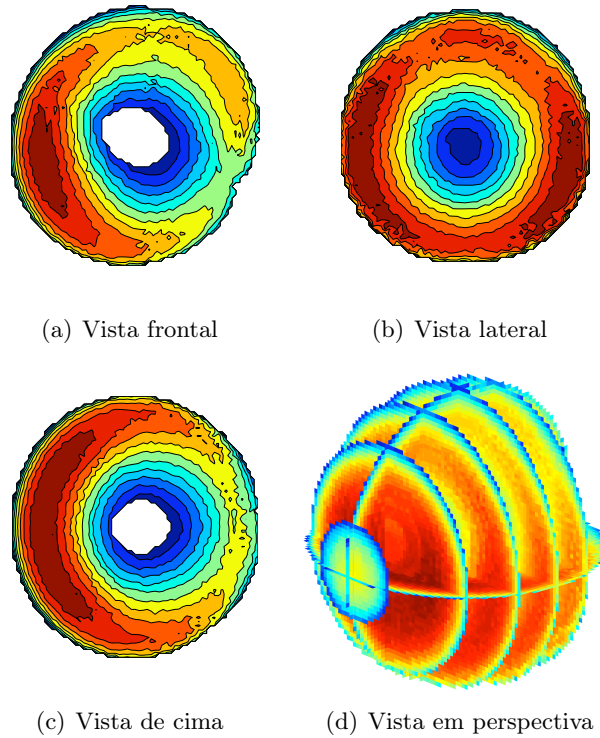


Figura 6.16: Vistas da gradação da manipulabilidade máxima nos planos coordenados para o manipulador com 7 graus de liberdade.

Da Figura 6.16, já se pode depreender que a zona de maior manipulabilidade é parte direita inferior do manipulador. Nas figuras 6.17(a) e 6.18(a), encontra-se a gradação da manipulabilidade máxima para os manipuladores com 7 e 4 graus de liberdade, respetivamente. Já nas figuras 6.17(b) e 6.18(b), pode-se analisar a gradação do fator de forma máximo para os manipuladores com 7 e 4 graus de liberdade, respetivamente.

O motivo pelo qual até aqui se tem referido a manipulabilidade e fator de forma

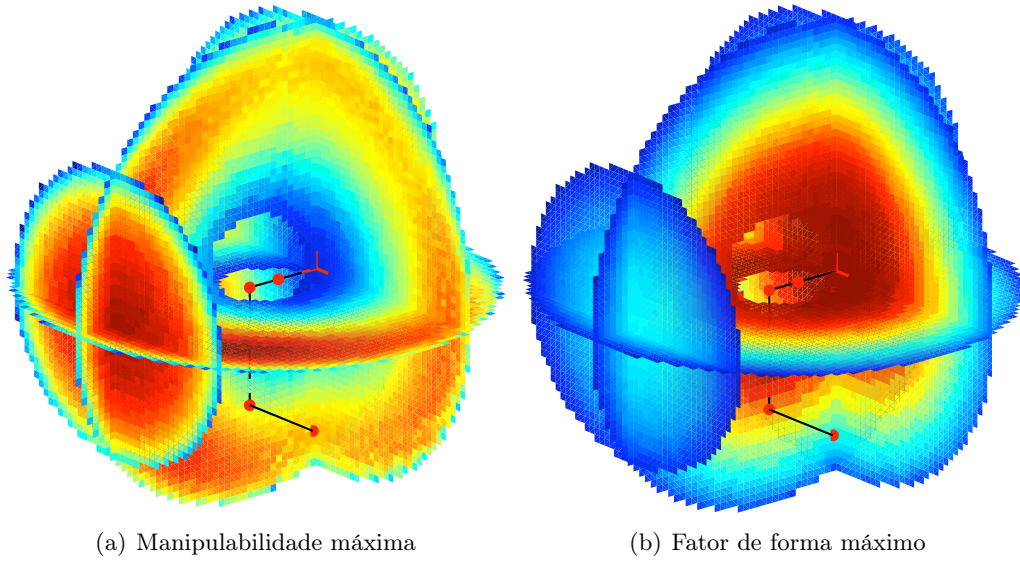


Figura 6.17: Espaço de trabalho anatómico para o manipulador com 7 graus de liberdade.

máximos é porque, sendo estes manipuladores redundantes, para um mesmo ponto do espaço operacional, existe um conjunto infinito de configurações, e consequentemente um conjunto infinito de valores de manipulabilidade e fator de forma. Desta forma, para cada ponto do espaço operacional encontram-se representados os valores máximos de manipulabilidade e fator de forma.

Teve então de se encontrar um procedimento para calcular os valores máximos de manipulabilidade e fator de forma para cada ponto do espaço operacional. Uma das soluções, no caso da manipulabilidade, seria conduzir a extremidade do manipulador ao ponto de análise, e posteriormente fazer uso do espaço nulo do Jacobiano para maximizar a manipulabilidade. Apesar de ser uma metodologia correta, esta tem uma falha, porque como se verificou na Secção 6.7, esta maximização conduziria em muitas situações a configurações que não respeitariam os limites de junta.

Assim, a metodologia utilizada trata-se apenas de uma aproximação de forma a se obter aproximadamente os valores máximos de manipulabilidade e fator de forma para os vários pontos do espaço operacional. Foi então definida uma grelha no espaço (com 20 mm de espaçamento), em que cada ponto dessa grelha representará aproximadamente a porção do espaço definido por um cubo, cujas arestas têm a mesma dimensão que os espaçamentos da grelha definida.

De seguida, foi seleccionado um $\Delta\theta$ (2° no caso do modelo com 4 graus de liberdade e 10° no caso do modelo com 7 graus de liberdade). Fez-se então com que as juntas percorressem um conjunto finito de ângulos espaçados de $\Delta\theta$, dentro dos seus limites. A combinação entre os diferentes ângulos percorridos por cada junta forneceu assim um conjunto de configurações que cobriram quase por completo o espaço de trabalho operacional.

Assim, para descobrir a manipulabilidade máxima de um dado ponto da grelha, bastou escolher a configuração cuja manipulabilidade fosse a mais elevada do conjunto de configurações, para as quais a cinemática direta fornecesse um ponto do espaço de tra-

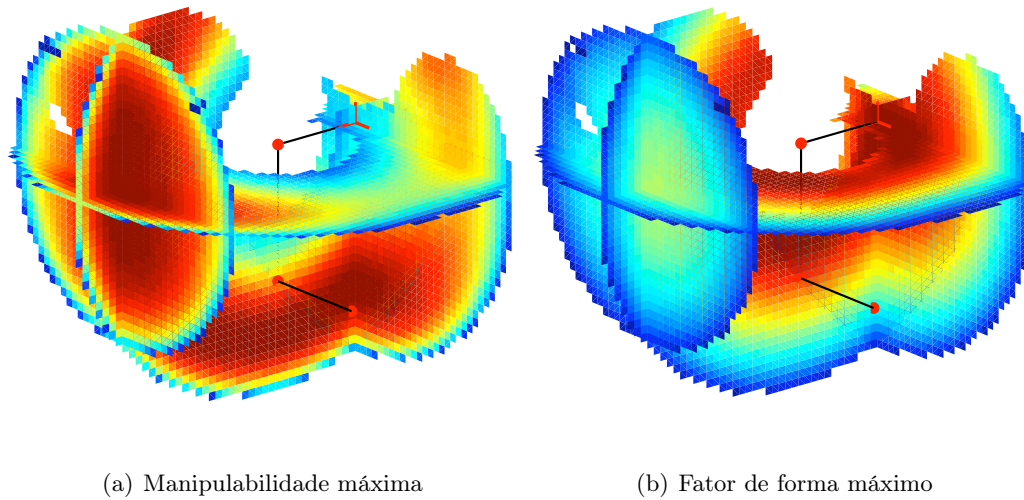


Figura 6.18: Espaço de trabalho anatómico para o manipulador com 4 graus de liberdade.

balho muito próximo desse ponto da grelha (mais particularmente dentro do cubo de influência desse ponto). Considerou-se então que a manipulabilidade máxima de um ponto do espaço é aproximadamente igual à manipulabilidade máxima de um ponto nas suas vizinhanças.

A aproximação feita será razoavelmente válida se a grelha escolhida for consideravelmente fina. Os resultados derivados do processo aqui descrito permitiram assim tecer algumas conclusões acerca do espaço de trabalho.

Por exemplo, da Figura 6.17(b) conclui-se que o fator de forma é mais elevado no interior do espaço de trabalho, e vai reduzindo gradualmente à medida que se aproxima da superfície que o limita. No limite, junto à superfície que limita o espaço de trabalho, o fator de forma será nulo, pois nos limites do espaço de trabalho o manipulador torna-se singular e o elipsoide fica completamente achatado, perdendo por completo o seu volume, o que fisicamente significa que o manipulador não é mais capaz de se movimentar numa dada direção. Na Figura 6.17(a) verifica-se que a manipulabilidade é reduzida na superfície que limita o espaço de trabalho.

Na Figura 6.18(a) o espaço de trabalho é cortado em determinadas zonas onde a manipulabilidade é elevada, isto porque esses limites do espaço e trabalho não são condicionados por situações singulares, mas sim pela imposição de limites de junta. Por comparação das figuras 6.17 e 6.18 verifica-se, desde já, que o modelo com 4 graus de liberdade terá uma redução significativa do volume de trabalho. Uma vez que se poderia argumentar que esta redução do volume de trabalho se deveria simplesmente a existir uma restrição dos limites de junta e não propriamente ao manipulador em si, e que num manipulador real os limites de junta poderiam ser alargados, foi aqui considerado um terceiro manipulador com 4 graus de liberdade, mas que os limites da junta gleno-umeral correspondem às amplitudes passíveis de ser efetuadas pelo ombro completo e não somente pela articulação gleno-umeral.

Considerem-se então os valores da Tabela 6.6 como os limites de junta para o novo

modelo com 4 graus de liberdade - espaço alargado.

Tabela 6.6: Amplitudes anatómicas das variáveis de junta para o manipulador com 4 graus de liberdade: espaço alargado.

Variáveis	Designação	Amplitude (graus)
θ_1	abdução e adução do braço	$[-45 \ 180]$
θ_2	flexão e extensão do braço	$[-150 \ 180]$
θ_3	rotação lateral e medial do braço	$[-90 \ 90]$
θ_4	flexão e extensão do cotovelo	$[0 \ 145]$

Pode-se então representar a gradação dos valores máximos de manipulabilidade e fator de forma nas figuras 6.19(a) e 6.19(b), respetivamente.

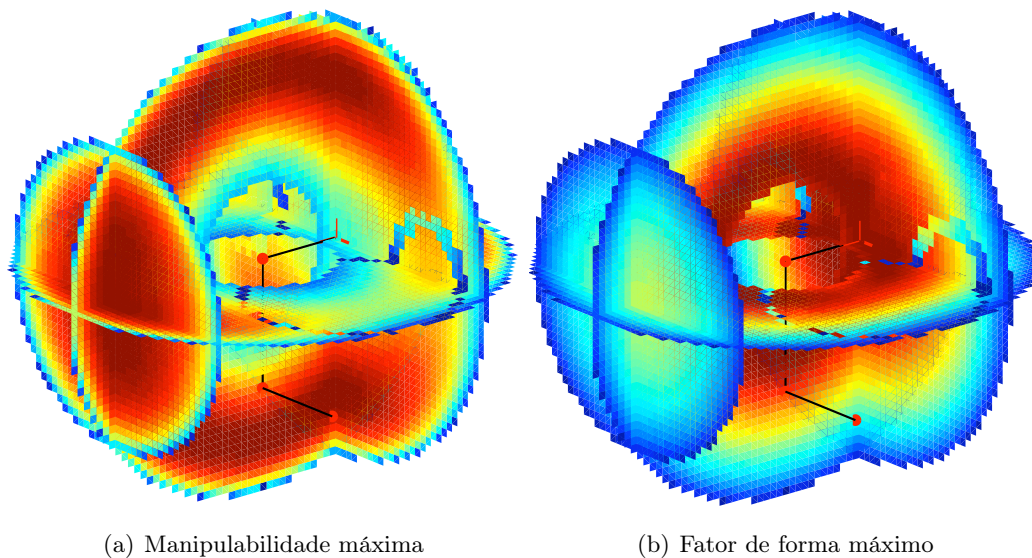


Figura 6.19: Espaço de trabalho alargado para o manipulador com 4 graus de liberdade.

A grande diferença deste novo espaço de trabalho para o do modelo com 4 graus de liberdade simples, é o fato de este não se encontrar fortemente restringido, uma vez que ao nível da variação da manipulabilidade e fator de forma máximos, estes serem muito semelhantes, como seria de esperar. Pode-se então agora verificar, que no modelo com 7 graus de liberdade, a zona de manipulabilidade máxima é mais restrita, ao contrário do manipulador com 4 graus de liberdade, para o qual a zona do espaço de trabalho com maior manipulabilidade quase que parece uma cúpula esférica em torno do centro. Isto é, no caso do modelo com 4 graus de liberdade, o espaço de trabalho é muito mais uniforme, ou seja, cinematicamente será equivalente o manipulador aceder a uma zona superior ou inferior do seu espaço de trabalho, o que já não acontece no caso do manipulador com 7 graus de liberdade.

Já em relação ao fator de forma, se se considerar que o seu valor máximo e mínimo sejam sensivelmente iguais para ambos os modelos, verifica-se então, através da gradação de cores, que este é ligeiramente superior para o modelo com 4 graus de liberdade.

Por fim, na Tabela 6.7, estão listados os valores de manipulabilidade máxima e mínima, fator de forma máximo e mínimo e volume de trabalho para os diferentes modelos. O volume de trabalho foi obtido, calculando o número de pontos da grelha que são alcançáveis, e multiplicando pelo volume do espaço de trabalho que cada um desses pontos representa.

Como se pode verificar, o valor máximo de manipulabilidade para o modelo com 7 graus de liberdade é bastante superior ao modelo com 4 graus de liberdade. O volume de trabalho do modelo com 7 graus de liberdade é também consideravelmente superior, mesmo relativamente ao modelo de 4 graus de liberdade com espaço de trabalho alargado. Em relação aos valores mínimos e máximos do fator de forma, estes são sensivelmente semelhantes em todos os modelos.

O facto da manipulabilidade mínima ser nula para o modelo com 4 graus de liberdade e não o ser para o modelo com 7 graus de liberdade, só significa que como no caso dos 7 graus de liberdade se utilizou um incremento para a variação por junta muito mais elevado, o braço nunca chegou a atingir nenhuma situação de singularidade. Como será facilmente compreensível, em situações de singularidade a manipulabilidade para o modelo com 7 graus de liberdade será também nula.

Tabela 6.7: Comparação do espaço de trabalho para os diferentes manipuladores.

	7 Dof	4 Dof alargado	4 Dof
$w_{min} [mm/rad]^3$	$2,3013 \times 10^6$	0	0
$w_{max} [mm/rad]^3$	$1,3635 \times 10^8$	$4,5967 \times 10^7$	$4,5967 \times 10^7$
f_{min}	0,0059	0	0
f_{max}	0,9977	0,99837	0,9837
$Volume [m^3]$	1,2294	0,9268	0,482

Capítulo 7

Considerações Finais

Realiza-se uma análise global e sumária aos resultados obtidos. Tecem-se algumas considerações gerais acerca do trabalho e, por fim, apresenta-se um conjunto de possíveis caminhos a serem seguidos no futuro.

7.1 Análise de Resultados

Ao longo do documento foram feitas as análises de resultados à medida que estes eram obtidos através das simulações. Aqui apenas se pretende destacar as conclusões mais importantes das simulações efetuadas ao longo deste trabalho.

A primeira conclusão, e também a mais clara, é que as redundâncias, apesar de aumentarem a complexidade mecânica de um manipulador, permitem uma forma privilegiada de lidar com as singularidades, isto é, para o caso de manipuladores não redundantes existem pontos dentro do espaço de trabalho, para os quais as únicas configurações correspondentes a esses pontos são configurações singulares.

No entanto, a complexidade do tratamento matemático também aumenta para os casos de manipuladores redundantes, pois deixa de existir uma correspondência unívoca entre as variáveis operacionais e as variáveis de junta, passando a ter de se obter a posição por via da integração das velocidades, que são obtidas a partir de uma configuração inicial e com algum critério adicional em virtude de o número de equações ser superior ao número de incógnitas.

Em relação aos métodos utilizados para a resolução de redundâncias, o método da pseudo-inversa do Jacobiano constitui um método muito interessante. Além da sua simplicidade de utilização, o conceito de espaço nulo subjacente a este método é também um conceito bastante inteligível, e facilmente utilizável para diferentes critérios que se pretenda testar, como foi o caso da maximização da manipulabilidade e maximização da manipulabilidade direcional, em que apenas bastou definir uma função custo e derivá-la relativamente às variáveis de junta.

Já o método do controlo da configuração revelou ser bastante proveitoso, principalmente relativamente a dois aspectos: o facto da componente que deriva das tarefas adicionais estar sujeita às velocidades da extremidade, permitindo que as velocidades iniciais e finais de junta sejam sempre nulas, o que não acontece no método exato; e a facilidade com que se concilia um conjunto de critérios diferentes, tais como por exemplo evitar os limites de junta e obstáculos.

Relativamente aos limites de junta, ambos os métodos falham por permitirem que estes sejam ultrapassados, aplicando apenas ganhos que penalizam este evento. Seria portanto recomendado a utilização de um algoritmo que de facto impedisse que os limites fossem transpostos, tal como acontece num sistema físico.

Já em relação ao algoritmo para evitar um obstáculo, considera-se que a via utilizada, apesar de funcionar relativamente bem, também não é a mais indicada. Aqui ter-se-á de utilizar algoritmos mais avançados ao nível do controlo força e aprendizagem, de modo a que o manipulador possa lidar com obstáculos mais complexos, como por exemplo o corpo, ou inclusive objetos a serem manipulados.

O critério da maximização da manipulabilidade direcional não provou ser muito indicado para a implementação em braços humanoides, podendo talvez ser aplicado em utilizações muito específicas onde se pretenda aumentar a velocidade numa dada direção. Já o critério da manipulabilidade mostrou ser muito interessante no estudo do espaço de trabalho, mas como critério para o cálculo das velocidades de junta, também não provou trazer significativas vantagens.

Chama-se a atenção que os algoritmos de maximização, utilizados ao longo do presente trabalho, apenas obtêm soluções locais e não globais.

Por fim, a adição de mais três graus de liberdade por via do mecanismo paralelo, tem como desvantagens o aumento da complexidade mecânica do braço robótico, e consequente aumento do custo, e como vantagens a facilidade em evitar situações de singularidade, o facto de se poderem utilizar os graus de liberdade extra para a execução de tarefas adicionais como as que foram estudadas neste trabalho, ou até outras, o aumento do espaço de trabalho, e o aumento da manipulabilidade máxima dentro desse espaço de trabalho.

7.2 Conclusões Gerais

Começa-se esta secção por referir que este tratou-se de um estudo puramente cinemático. De facto, ao nível dinâmico haveria muitos outros estudos que poderiam ser realizados. Foram ao longo deste trabalho referidas algumas questões de grande relevância do ponto de vista cinemático, tais como a geometria, as singularidades, o Jacobiano, a manipulabilidade e a norma das velocidades de junta.

Relativamente aos manipuladores série, foi apresentado e deduzido um conjunto de algoritmos muito interessantes, sendo que se provou que alguns destes não seriam os mais indicados e que outros necessitariam de pequenos ajustes. Foi aqui deixada já uma ampla gama de algoritmos cinemáticos, que poderão constituir um bom ponto de partida para estudos mais avançados sobre a cinemática, e inclusive a dinâmica de manipuladores.

Ao nível do modelo paralelo, do ponto de vista do trabalho sobre manipuladores paralelos desenvolvido no Departamento até ao momento, este trabalho poderá ser um importante contributo, no entanto ainda muito há para fazer. Questões como as singularidades e a dinâmica do modelo paralelo, são questões muito interessantes a serem tidas em conta em trabalhos futuros.

Numa análise mais geral, este foi um trabalho teórico, maioritariamente de desenvolvimento de algoritmos, e teste dos mesmos através da simulação em MatLab, simulações estas de grande importância antes da realização de qualquer modelo físico.

7.3 Trabalhos Futuros

“This is not the end. It is not even the beginning of the end.
But it is, perhaps, the end of the beginning.”

Winston Churchill
(30 de Novembro de 1874 – 24 de Janeiro de 1965)

Como se pode concluir da citação acima transcrita, este trabalho só poderá ser encarado como um início, pelo que fica mais por fazer do que aquilo que foi feito. Nesta secção, pretende-se portanto indicar alguns dos caminhos e trabalhos que poderão preceder este, sendo que qualquer trabalho que possa vir a ser realizado sobre robótica, vai sempre ter como resultado mais trabalho por fazer do que o realmente feito.

De seguida indica-se então uma lista de possíveis trabalhos futuros:

- Estudo mais pormenorizado do sistema paralelo proposto para o ombro. Seria interessante tornar o sistema redundante, aumentando por exemplo o número de cilindros, e utilizar essa redundância para evitar singularidades. Outro estudo também de alguma relevância, seria provar que um sistema paralelo é de facto melhor que um sistema série para simular o movimento do ombro, uma vez que neste trabalho apenas foram mencionadas algumas vantagens qualitativas. Finalmente, desenvolver um modelo dinâmico do sistema do ombro, para o estudo detalhado sobre as forças e acelerações.
- Estudo de formas de atuação que possibilitem a construção de um protótipo do ombro. Quais os atuadores mais indicados e de que forma é que poderiam ser efetuados os movimentos lineares.
- Estudo e desenvolvimento de formas de atuação alternativas, que visem imitar o funcionamento dos músculos. Aqui existem diversos caminhos que poderiam ser seguidos, desde da transmissão de movimentos rotativos de motores comuns para movimentos lineares, à utilização de atuadores magnéticos lineares ou atuadores pneumáticos, até à criação de músculos artificiais, isto é, utilização de materiais que por via de algum estímulo, corrente elétrica ou reação química, tenham a capacidade de contrair e/ou estender.
- Desenvolvimento de um modelo dinâmico para o braço completo. Um modelo dinâmico do braço completo possibilitaria um conjunto alargado de novos testes e simulações que poderiam ser realizados, e abriria também a porta a iniciar-se um estudo sobre o controlo do braço.
- Projeto mecânico e construção de protótipo, após a realização de uma série de simulações, para validação dos modelos e algoritmos desenvolvidos. Para isso, seria necessário investigar os atuadores, sistemas de transmissão, componentes elétricos e pormenores construtivos.

Referências

- [1] Aldebaran robotics. <http://www.aldebaran-robotics.com/>, consultado a 7 de Janeiro de 2012.
- [2] Blog.dsd.com. <http://www.tenbluedevels.com/>, consultado a 7 de Janeiro de 2012.
- [3] Dlr. <http://www.dlr.de/>, consultado a 7 de Janeiro de 2012.
- [4] Engadget. <http://www.engadget.com/>, consultado a 7 de Janeiro de 2012.
- [5] Fraunhofer. <http://www.care-o-bot.de/>, consultado a 7 de Janeiro de 2012.
- [6] Honda. <http://asimo.honda.com/>, consultado a 7 de Janeiro de 2012.
- [7] Horlogerie-suisse. <http://www.horlogerie-suisse.com/>, consultado a 7 de Janeiro de 2012.
- [8] Ieee spectrum. <http://spectrum.ieee.org/>, consultado a 7 de Janeiro de 2012.
- [9] Land of whimsy. <http://whiggles.landofwhimsy.com/archives/2008/08/>, consultado a 7 de Janeiro de 2012.
- [10] Mad scientist blog. <http://www.madscientistblog.ca/>, consultado a 7 de Janeiro de 2012.
- [11] Nasa. <http://www.nasa.gov/>, consultado a 7 de Janeiro de 2012.
- [12] Robot online. <http://www.robotonline.net/>, consultado a 7 de Janeiro de 2012.
- [13] Robotshop blog. <http://www.robotshop.com/blog/>, consultado a 7 de Janeiro de 2012.
- [14] Wikipedia. <http://en.wikipedia.org/>, consultado a 7 de Janeiro de 2012.
- [15] Adelheid and Voskuhl. Producing objects, producing texts: accounts of android automata in late eighteenth-century europe. *Studies In History and Philosophy of Science Part A*, 38(2):422 – 444, 2007.
- [16] David Anderson and Janet Delve. Biographies [f.c. williams; j. vaucanson; j.m. jacquard]. *Annals of the History of Computing, IEEE*, 29(4):90 –102, Outubro-Dezembro. 2007.

- [17] George Bekey, Rober Ambrose, Vijay Kumar, David Lavery, Arthur Sanderson, Brian Wilcox, Junku Yuh, and Yuan Zheng. *Robotics State of the Art and Future Challenges*. Imperial College Press, 2008.
- [18] Christoph Borst, Thomas Wimbock, Florian Schmidt, Matthias Fuchs, Bernhard Brunner, Franziska Zacharias, Paolo Robuffo Giordano, Rainer Konietzschke, Wolfgang Sepp, Stefan Fuchs, Christian Rink, Alin Albu-Schaffer, and Gerd Hirzinger. Rollin' justin - mobile platform with variable base. In *Robotics and Automation, 2009. ICRA '09. IEEE International Conference on*, pages 1597 –1598, may 2009.
- [19] A. Completo and F. Fonseca. *Fundamentos de Biomecânica Músculo-Esquelética e Ortopédica*. Publindústria, 1 edition, Setembro 2011.
- [20] M.A. Diftler, J.S. Mehling, M.E. Abdallah, N.A. Radford, L.B. Bridgwater, A.M. Sanders, R.S. Askew, D.M. Linn, J.D. Yamokoski, F.A. Permenter, B.K. Hargrave, R. Piatt, R.T. Savely, and R.O. Ambrose. Robonaut 2 - the first humanoid robot in space. In *Robotics and Automation (ICRA), 2011 IEEE International Conference on*, pages 2178 –2183, may 2011.
- [21] F.B.M. Duarte and J.A. Tenreiro Machado. A trajectory planning algorithm for redundant manipulators. In *Assembly and Task Planning, 1999. (ISATP '99) Proceedings of the 1999 IEEE International Symposium on*, pages 175 –180, 1999.
- [22] Farbod Fahimi. *Autonomous Robots: Modeling, Path Planning, and Control*. Springer, 2009.
- [23] António Gedeão. *Poesias Completas*. Portugália Editora, 5 edition, 1975.
- [24] Ricardo Costa Godinho. Desenvolvimento do tronco e braços de uma plataforma humanoíde híbrida. Master's thesis, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Aveiro, 2011.
- [25] M. A. Golberg. The derivative of a determinant. *The American Mathematical Monthly*, 79(10):pp. 1124–1126, 1972.
- [26] Katherine R.S. Holzbaur, Scott L. Delp, Garry E. Gold, and Wendy M. Murray. Moment-generating capacity of upper limb muscles in healthy adults. *Journal of Biomechanics*, 40(11):2442 – 2449, 2007.
- [27] Bong-Soo Kang, C.S. Kothera, B.K.S. Woods, and N.M. Wereley. Dynamic modeling of mckibben pneumatic artificial muscles for antagonistic actuation. In *Robotics and Automation, 2009. ICRA '09. IEEE International Conference on*, pages 182 –187, Maio 2009.
- [28] N. Klopčar, M. Tomšič, and J. Lenarčič. A kinematic model of the shoulder complex to evaluate the arm-reachable workspace. *Journal of Biomechanics*, 40(1):86 – 91, 2007.
- [29] B. Kolman and D. Hill. *Introdução à Álgebra Linear com Aplicações*. LTC Editora, 2006.

- [30] J. Lenarčič and M. Stanišič. A humanoid shoulder complex and the humeral pointing kinematics. *Robotics and Automation, IEEE Transactions on*, 19(3):499 – 506, june 2003.
- [31] J. Lenarčič, M.M. Stanišič, and V. Parenti-Castelli. Kinematic design of a humanoid robotic shoulder complex. In *Robotics and Automation, 2000. Proceedings. ICRA '00. IEEE International Conference on*, volume 1, pages 27 –32 vol.1, 2000.
- [32] Jerrod H. Levy, editor. *Biomechanics: Principles, Trends and Applications*. Nova Science Publisher Inc., 2010.
- [33] Lynn S. Lippert. *Clinical Kinesiology and Anatomy*. F. A. Davis Company, 4 edition, 2006.
- [34] H.G. Marques, M. Jä andntsch, S. Wittmeier, O. Holland, C. Alessandro, A. Diamond, M. Lungarella, and R. Knight. Ecce1: The first of a series of anthropomimetic musculoskeletal upper torsos. In *Humanoid Robots (Humanoids), 2010 10th IEEE-RAS International Conference on*, pages 391 –396, dec. 2010.
- [35] Helen McGuiness. *Anatomy & physiology: therapy basics*. Hodder Education, 4 edition, 2010.
- [36] Phillip McKerrow. *Introduction to robotics*. Addison-Wesley Pub. Co., Sydney ; Reading, Mass, 1993.
- [37] I. Mizuuchi, Y. Nakanishi, Y. Sodeyama, Y. Namiki, T. Nishino, N. Muramatsu, J. Urata, K. Hongo, T. Yoshikai, and M. Inaba. An advanced musculoskeletal humanoid kojiro. In *Humanoid Robots, 2007 7th IEEE-RAS International Conference on*, pages 294 –299, 29 2007-dec. 1 2007.
- [38] Joseph E. Muscolino. *Cinesologia: O Sistema Esquelético e a Função Muscular*. Lusodidacta, 2008.
- [39] Isaac Newton. *Mathematical Principles of Natural Philosophy and his Sistem of the World*. University of California Press, Ltd, 1729.
- [40] E. Pennestri, R. Stefanelli, and P.P. Valentini. Virtual musculo-skeletal model for the biomechanical analysis of the upper limb. *Journal of Biomechanics*, 40(6):1350 – 1361, 2007.
- [41] Kaare Brandt Petersen and Michael Syskind Pedersen. The matrix cookbook. <http://matrixcookbook.com/>, November 14 2008.
- [42] Heitor Pina. *Métodos Numéricos*. McGRAW-HILL, 1995.
- [43] RobotShop. History of robotics: Timeline. RobotShop Distribution Inc., 2008.
- [44] F. Rothling, R. Haschke, J.J. Steil, and H. Ritter. Platform portable anthropomorphic grasping with the bielefeld 20-dof shadow and 9-dof tum hand. In *Intelligent Robots and Systems, 2007. IROS 2007. IEEE/RSJ International Conference on*, pages 2951 –2956, 29 2007-nov. 2 2007.

- [45] V. De Sapio, K. S. Holzbaur, and O. Khatib. The control of kinematically constrained shoulder complexes: Physiological and humanoid examples. In *Proc. of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 2952–2959, Orlando, FL, USA, May 2006.
- [46] V. De Sapio, J. Warren, and O. Khatib. Predicting reaching postures using a kinematically constrained shoulder model. In J. Lenarčič and B. Roth, editors, *Advances in Robot Kinematics*, pages 209–218. Springer, Berlin, Heidelberg, Germany, 2006.
- [47] D. Shin, I. Sardellitti, Y.-L. Park, O. Khatib, and M. Cutkosky. Design and control of a bio-inspired human-friendly robot. *The International Journal of Robotics Research*, 29(5):571–584, April 2010.
- [48] Y. Sodeyama, I. Mizuuchi, T. Yoshikai, Y. Nakanishi, and M. Inaba. A shoulder structure of muscle-driven humanoid with shoulder blades. In *Intelligent Robots and Systems, 2005. (IROS 2005). 2005 IEEE/RSJ International Conference on*, pages 4028 – 4033, aug. 2005.
- [49] Seeley Stephens Tate. *Anatomia & Fisiologia*. Lusociência - Edições Técnicas e Científicas, Lda, 6 edition, 2007.
- [50] Meghan E. Vidt, Melissa Daly, Michael E. Miller, Cralen C. Davis, Anthony P. Marsh, and Katherine R. Saul. Characterizing upper limb muscle volume and strength in older adults: A comparison with young adults. *Journal of Biomechanics*, 45(2):334 – 341, 2012.
- [51] Yunfeng Wang and G.S. Chirikjian. Workspace generation of hyper-redundant manipulators as a diffusion process on $se(n)$. *Robotics and Automation, IEEE Transactions on*, 20(3):399 – 408, june 2004.
- [52] T. Wimbock, D. Nenchev, A. Albu-Schaffer, and G. Hirzinger. Experimental study on dynamic reactionless motions with dlr’s humanoid robot justin. In *Intelligent Robots and Systems, 2009. IROS 2009. IEEE/RSJ International Conference on*, pages 5481 –5486, oct. 2009.
- [53] T. Wimbock, C. Ott, and G. Hirzinger. Impedance behaviors for two-handed manipulation: Design and experiments. In *Robotics and Automation, 2007 IEEE International Conference on*, pages 4182 –4189, april 2007.
- [54] X.Q.Chen, Y.Q. Chen, and J.G. Chase. Mobile robots - past present and future. In *Mobile Robots - State of the Art in Land, Sea, Air, and Collaborative Missions*. In-Teh, 2009.
- [55] Jingzhou (James) Yang, Xuemei Feng, Yujiang Xiang, Joo H. Kim, and Sudhakar Rajulu. Determining the three-dimensional relation between the skeletal elements of the human shoulder complex. *Journal of Biomechanics*, 42(11):1762 – 1767, 2009.
- [56] Jingzhou Yang, Xuemei Feng, Joo H. Kim, and Sudhakar Rajulu. Review of biomechanical models for human shoulder complex. *International Journal of Human Factors Modelling and Simulation*, 1(3):271–293, 2010.

-
- [57] Tsuneo Yoshikawa. *Foundations of Robotics: Analysis and Control*. The MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 1990.
- [58] Jay Yu, David C. Ackland, and Marcus G. Pandy. Shoulder muscle function depends on elbow joint position: An illustration of dynamic coupling in the upper limb. *Journal of Biomechanics*, 44(10):1859 – 1868, 2011.

Índice

- abdução, 28
 - do ombro, 19
 - horizontal, 21
- adução, 28
 - do ombro, 19
 - horizontal, 21
- Aldebaran, 8
- anatomia, 15
- anterior, 17
- articulação
 - úmero-cubital, 25
 - úmero-radial, 25
 - acrômio-clavicular, 23
 - escápulo-costal, 23
 - esterno-clavicular, 23
 - gleno-umeral, 23
- articulações
 - esterno-claviculares, 23
 - rádio-cubitais, 25
- ASIMO, 8
- biomecânica, 15, 30
- Braço de Stanford, 8
- Care-O-bot, 9
- cinemática, 36, 54
 - direta, 38, 57
 - inversa, 37
- cinesiologia, 15
- circundação, 21, 81
- complexo articular
 - do cotovelo, 25
 - do ombro, 23
- contração
 - excêntrica, 26
 - isométrica, 26
 - isotônica, 26
- controlo da configuração, 71
- decomposição em valores singulares, 60
- Denavit-Hartenberg, 54
- depressão do ombro, 20
- desafios futuros, 13
- determinante, 47
- dimensões, 79
- distal, 17
- ECCE1, 12
- elevação do ombro, 20
- elipse, 67
- elipsoide de manipulabilidade, 60
- espaço nulo, 61
- estado de arte, 5
- Evon, 9
- extensão, 18, 28
- fator de forma, 83
- flexão, 18, 28
- força, 61
- forças, 43
 - máximas dos músculos, 31
- hiperextensão, 18
- inferior, 17
- Isaac Asimov, 5
- Jacobiano, 40, 58
 - inverso, 42
- Jacques de Vaucanson, 6
- kojiro, 11
- lateral, 17
- Lenarčič, 13, 33
- Leonardo da Vinci, 6
- limites de junta, 63, 72, 79, 85, 89
- método
 - aproximado, 71, 83
 - exato, 62, 83, 93

- método de Newton, 39
- manipulabilidade, 59, 64, 93
 - direcional, 66, 93
- manipulador
 - paralelo, 33
 - redundante, 61
 - série, 53
- matriz de transformação, 37, 54
- maximização, 64, 69, 93
- medial, 17
- medida de manipulabilidade, 60
- membro superior, 22
- momentos
 - nas articulações, 31
- movimentos articulares, 18

- NAO, 8
- NASA, 10

- obstáculos, 73, 91

- plano
 - frontal, 16
 - sagital, 16
 - transversal, 17
- posição
 - anatômica, 16
 - fundamental, 16
- posterior, 17
- pronação, 20, 28
- protracção do ombro, 20
- proximal, 17
- pseudo-inversa, 62

- retracção do ombro, 20
- robótica, 5
- robô, 5
- Robina, 9
- Robonaut2, 10
- rotação
 - inferior, 20
 - lateral, 20, 28
 - medial, 20, 28
 - superior, 20

- Shadow, 11
- singularidades, 46
- sistema muscular, 26

- Space Justin, 11
- superior, 17
- supinação, 20, 28

- terminologia, 16
 - direcional, 17
- trajetórias, 81

- Victor Scheinman, 8